SEKOLAH AVICENNA

SMA AVICENNA CINERE

Olimpiade Sains Nasional

BERSAMA IRDED'S

Sang Pengelana

Mudahnya Belajar Matematika

www.irvanhabibali.wordpress.com

IRVAN MATEMATIKA ASYIK

Jika $\left(x^2 - 2x + \sqrt{3}\right)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_8x^8$, nilai dari

$$(a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8)^2 - (a_1 + a_3 + a_5 + a_7)^2$$

adalah ...

Misalkan a, b, dan c adalah bilangan-bilangan real positif sedemikian sehingga $a^3 + b^3, b^3 + c^3$, dan $c^3 + a^3$ tak nol dan $a + b + c = 3$. Semua nilai yang mungkin bagi

$$Q(a,b,c) = \frac{a^4 + b^4}{a^3 + b^3} + \frac{b^4 + c^4}{b^3 + c^3} + \frac{c^4 + a^4}{c^3 + a^3} + ab\left(\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2}\right) + bc\left(\frac{b^3 + c^3}{b^2 + c^2}\right) + ca\left(\frac{c^3 + a^3}{c^2 + a^2}\right)$$

adalah ...

Jika $xyz = -1$, dan

$$a = x + \frac{1}{x}, \qquad b = y + \frac{1}{y}, \qquad c = z + \frac{1}{z},$$

nilai dari $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + abc}$ adalah ...

Misalkan x, y, dan z adalah bilangan-bilangan real sehingga $x^3 + y^3 + z^3 \neq 0$. Buktikan bahwa

$$\frac{2xyz - x - y - z}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{2}{3}$$

jika dan hanya jika $x + y + z = 0$.

Jika x, y, dan z adalah bilangan-bilangan real tak nol sehingga $x + y + z = 0$. Buktikan bahwa

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y} + \frac{y^2 + z^2}{y + z} + \frac{z^2 + x^2}{z + x} = \frac{x^3}{yz} + \frac{y^3}{zx} + \frac{z^3}{xy}.$$

Untuk setiap bilangan real a dan b, dengan $a \neq 0$, nilai minimum dari

$$a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{b}{a}$$

adalah ...

Misalkan a, b, dan c adalah bilangan-bilangan real positif sedemikian sehingga

$$a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab} \geq 1.$$

Jika $a + b + c \geq M$, nilai terkecil dari M adalah ...

Misalkan bilangan real x dan y memenuhi $-2 < x, y < 2$ dan $xy = -1$. Nilai minimum dari

$$\frac{4}{4 - x^2} + \frac{9}{9 - y^2}$$

adalah ...

Untuk semua bilangan real positif a, b, dan c, buktikan bahwa

$$\frac{a^3 - b^3}{ab^2} + \frac{b^3 - c^3}{bc^2} + \frac{c^3 - a^3}{ca^2} \geq 0.$$

Buktikan bahwa untuk semua bilangan real positif a, b, dan c,

$$\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ca} + \frac{c^3}{ab} \geq a + b + c.$$

Tentukan semua solusi real dari sistem persamaan

$$\begin{aligned}\log(2xy) &= \log x \log y,\\ \log(yz) &= \log y \log z,\\ \log(2zx) &= \log z \log x.\end{aligned}$$

Banyaknya tripel bilangan rasional (a, b, c) yang memenuhi

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ abc + c = 0 \\ ab + bc + ca + b = 0 \end{cases}$$

adalah ...

Tentukan semua solusi real dari sistem persamaan

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) = 10,$$

$$(x + y)(xy - 1) = 3.$$

Tentukan semua tripel bilangan real (u, v, w) yang memenuhi

$$6(u - v^{-1}) = 3(v - w^{-1}) = 2(w - u^{-1}) = uvw - (uvw)^{-1}.$$

Tentukan semua bilangan real x, y, dan z sedemikian sehingga

$$x-\sqrt{y-z^2}=y-\sqrt{z-x^2}=z-\sqrt{x-y^2}=1.$$