



SMA AVICENNA CINERE



**Olimpiade
Sains
Nasional**



BERSAMA IRDED'S

Sang Pengelana

Mudahnya Belajar Matematika



www.irvanhabibali.wordpress.com



IRVAN MATEMATIKA ASYIK

Buktikan identitas berikut

a) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx).$

b) $(x + y + z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + 3(x + y)(y + z)(z + x).$

Bilangan real positif x dan y memenuhi $x^2 + y^2 = 1$ dan $x^4 + y^4 = \frac{17}{18}$. Nilai xy adalah ...

Jika $x + y = xy = 3$, nilai $x^3 + y^3$ adalah ...

Misalkan r adalah bilangan real sedemikian sehingga

$$\sqrt[3]{r} + \frac{1}{\sqrt[3]{r}} = 3.$$

Nilai dari

$$r^3 + \frac{1}{r^3}$$

adalah ...

Diketahui a, b , dan c adalah sisi-sisi segitiga. Misalkan $f(x) = ax^2 - cx + b$. Jika

$$(a - c)^2 + (b - c)^2 + 2ab = c^2,$$

nilai $f(1)$ adalah ...

Untuk setiap bilangan real x dan y buktikan bahwa $x^2 + xy + y^2 \geq 0$.

Untuk setiap bilangan real a, b, c , dan d yang memenuhi $a + d = b + c$, buktikan bahwa

$$(a - b)(c - d) + (a - c)(b - d) + (d - a)(b - c) \geq 0.$$

Buktikan bahwa

$$\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq a + b + c,$$

jika a, b , dan c bilangan real positif.

Misalkan $x, y,$ dan z adalah bilangan-bilangan real positif dengan sifat $xyz = 1$. Nilai terkecil dari $(x + 2y)(y + 2z)(xz + 1)$ tercapai saat $x + y + z$ bernilai ...

Untuk setiap bilangan real positif x dan y dengan $xy = \frac{1}{3}$, nilai minimum $\frac{1}{9x^6} + \frac{1}{4y^6}$ adalah ...

Misalkan bilangan real x , y , dan z bernilai lebih dari 1 dan $w > 0$. Jika

$${}^x\log w = 4, \quad {}^y\log w = 5, \quad \text{dan} \quad {}^{xyz}\log w = 2,$$

maka nilai ${}^z\log w$ adalah ...

Banyaknya pasangan bilangan real (x, y) yang memenuhi $xy = x + y = \frac{x}{y}$ adalah ...

Jika x , y , dan z adalah bilangan-bilangan real positif yang memenuhi

$$x + \frac{1}{y} = 4, \quad y + \frac{1}{z} = 1, \quad z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3},$$

maka nilai xyz adalah ...

Banyaknya pasangan bilangan real (x, y) yang memenuhi

$$|x - 2y| = 1,$$

$$|x| + |y| = 2.$$

adalah ...

Jika tripel bilangan real (a, b, c) merupakan solusi dari sistem persamaan

$$x^3 - xyz = 2,$$

$$y^3 - xyz = 6,$$

$$z^3 - xyz = 20.$$

nilai terbesar dari $a^3 + b^3 + c^3$ adalah ...