

OPERASI ALJABAR

A. SUKU TUNGGAL DAN SUKU BANYAK

- i. Bentuk aljabar $3a$, $-3ab^2$ disebut suku tunggal (monomi)
- ii. Bentuk aljabar $-2x + 3y$ disebut suku dua (binom).
- iii. Bentuk aljabar $mn - pq + 7$, dan $x^2 - xy + y^2$ disebut suku tiga (trinom).
- iv. Bentuk aljabar yang terdiri lebih dari 3 suku disebut suku banyak (polinom).

Contoh:

$$2a - 3b + 4c - 5, x^3 - 2x^2 + 3x + 5, \text{ dan } x^3 + 2x^2y + 3xy^2 + 4xy + x + y + 2.$$

Perhatikan bentuk $-2x^2y + 5$, -2 dan 5 disebut koefisien (tetapi secara umum “5” dianggap bilangan konstan sehingga disebut konstanta), x dan y disebut variabel atau peubah, dan angka 2 pada x^2 disebut pangkat atau derajat. Pada bentuk $-2x^2y$; -2 , x , x^2 , dan y disebut faktor dari $-2x^2y$.

B. SIFAT-SIFAT OPERASI ALJABAR

Jika m , n , dan p adalah bilangan bulat, maka:

1. $m + n = n + m$. (sifat komutatif pada penjumlahan)
2. $(m + n) + p = m + (n + p)$. (sifat asosiatif pada penjumlahan)
3. $m \cdot (n + p) = m \cdot n + m \cdot p$ (sifat distributif)
4. $m \cdot n = n \cdot m$. (sifat komutatif pada perkalian)
5. $(m \cdot n) \cdot p = m \cdot (n \cdot p)$. (sifat asosiatif pada perkalian)
6. $m + 0 = m$ (elemen identitas pada penjumlahan)
7. $m \cdot 1 = m$ (elemen identitas pada perkalian)
8. $m + (-m) = 0$ (invers penjumlahan)
9. $m \cdot \frac{1}{m} = 1$ (invers perkalian)
10. Jika $m \cdot n = m \cdot p$ dan $m \neq 0$, maka $n = p$ (pencoretan)

C. PEMANGKATAN BENTUK ALJABAR

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$(a + b)^4 = (a + b)(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a - b)^4 = (a - b)(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3) = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

E. PEMFAKTORAN BENTUK ALJABAR

Berikut adalah rumus-rumus perkalian istimewa.

$$a(c \pm d) = ac \pm cd$$

$$(a \pm b)(a \pm b) = (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$$

D. BENTUK FAKTORISASI KHUSUS

1. Jumlah dan selisih dari dua bentuk aljabar kuadrat.

a. $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

b. $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

c. $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

2. Jumlah dan selisih dari dua bentuk aljabar kubik.

a. $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - 2xy + y^2)$

b. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + 2xy + y^2)$

c. $x^3 + y^3 = (x^2 + y^2)(x + y) - xy(x + y) = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$

d. $x^3 - y^3 = (x^2 + y^2)(x - y) - xy(x - y) = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

3. Jumlah dan selisih dari dua bentuk aljabar berpangkat n .

a. $x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + y^{n-1}) \rightarrow n \in \text{ganjil}$

b. $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + y^{n-1}) \rightarrow n \in \mathbb{N}$

LATIHAN SOAL

Salah satu faktor dari $17^3 - 5^3$ adalah ...

Salah satu faktor dari $19^3 + 7^3$

TENTUKAN NILAI DARI $\sqrt{550^2 - 450^2}$

Temukan nilai $\sqrt{5050^2 - 4950^2}$

Sederhanakan $\frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}}{\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}}$

Tuliskan pecahan bertumpuk $\frac{1}{x - \frac{1}{(x+1) - \frac{1}{x+2}}}$ sebagai pecahan aljabar biasa.

Tentukan nilai r pada persamaan bentuk aljabar $(2x + 3y)(px + qy) = rx^2 + 23xy + 12y^2$.

Ketika tuan Felix dihadapkan dengan soal berbentuk:

$$\sqrt{2.374 \times 2.375 \times 2.376 \times 2.377 + 1}$$

Dia tidak mengalikan satu persatu bilangan-bilangan yang ada, yang dia lakukan adalah menjumlahkan 2.374 dengan kuadrat dari 2.375. Benarkah jawabannya? Bisakah jawabannya dipertanggungjawabkan untuk setiap bentuk dengan pola seperti itu?

Pak Idris mempunyai kebun apel berbentuk persegi dan Pak Halim mempunyai kebun semangka berbentuk persegi panjang. Ukuran panjang kebun semangka Pak Halim 10 m lebihnya dari panjang sisi kebun apel Pak Idris. Sedangkan lebarnya, 3 lebihnya dari panjang sisi kebun apel Pak Idris. Jika diketahui luas kebun Pak Halim adalah 450 m^2 . Tentukan luas kebun apel Pak Idris?

Seorang anak merahasiakan tiga bilangan. Dia hanya memberi tahu jumlah dari masing-masing dua bilangan tersebut secara berturut-turut adalah 28, 36, 44. Tentukan jumlah ketiga bilangan tersebut.

Misalkan m dan n adalah bilangan bulat positif yang memenuhi $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{4}{7}$.

Nilai $m^2 + n^2$ adalah ...

Diberikan dua buah bilangan:

$$x = 201420142014 \times 2015201520152015$$

$$y = 201520152015 \times 2014201420142014$$

Hitunglah nilai dari $(x - y)^{2015}$.

Saat ini umur Agus dan umur Fauzan kurang dari 100 tahun. Jika umur Agus dan umur Fauzan ditulis secara berurutan, maka diperoleh suatu bilangan empat digit (angka) yang merupakan kuadrat sempurna. Dua puluh tiga tahun kemudian, jika umur mereka ditulis dengan cara yang sama, maka diperoleh bilangan empat digit lain yang juga merupakan kuadrat sempurna. Jika umur mereka diasumsikan merupakan bilangan bulat positif, berapakah umur mereka saat ini?

Diberikan $a + b + c = 0$. Hitunglah nilai dari:

$$\frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$$

Jika $a + b = 1$, $b + c = 2$, dan $c + a = 3$, maka $a + b + c = \dots$

Buktikan bahwa jika $a > 2$ dan $b > 3$ maka $ab + 6 > 3a + 2b$

Jika $\frac{(y-x)^2}{z-x} - \frac{(y-z)^2}{z-x} = y-z$, dan $x \neq z$ maka nilai y

Semua bilangan real x yang memenuhi persamaan $\sqrt[3]{x+4} - \sqrt[3]{x} = 1$ adalah...

Diketahui bahwa $x + \frac{1}{x} = 7$. Tentukan A agar $\frac{Ax^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{5}{6}$

Tentukan m agar persamaan $(2x^2 + 2mx - (m + 1))(x^2 + mx + 1) = 0$ mempunyai tepat dua solusi real.