

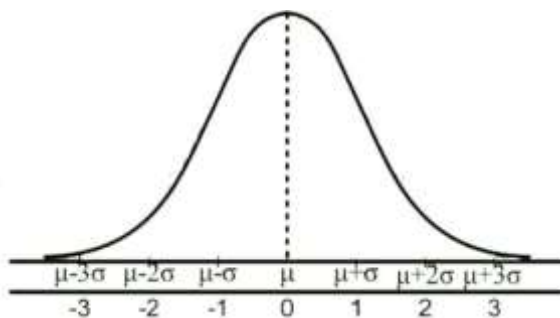
DISTRIBUSI NORMAL

Irvan Dedy, S.Pd.,M.Pd

DATA (segala sesuatu) FENOMENA ALAM kebanyakan merupakan model distribusi normal atau hampir menyerupai distribusi normal. Misal : Data Nilai Siswa, bahkan pengukuran galat (error) pun juga sering cenderung berdistribusi normal. Distribusi normal merupakan suatu alat statistik yang sangat penting untuk menaksir dan meramalkan peristiwa-peristiwa yang lebih luas. Distribusi normal disebut juga dengan distribusi Gauss untuk menghormati Gauss sebagai penemu persamaannya (1777-1855). Menurut pandangan ahli statistik, distribusi variabel pada populasi mengikuti distribusi normal. Distribusi normal pertama kali diperkenalkan oleh Abraham DeMoivre (1733) sebagai pendekatan distribusi binomial untuk n besar. Selanjutnya dikembangkan oleh Pierre Simon de Laplace dan dikenal dengan Teorema Moivre – Laplace. Suatu data membentuk distribusi normal jika jumlah data di atas dan di bawah mean adalah sama. Grafiknya disebut kurva normal, oleh Jouffret (1872) disebut kurva lonceng/genta (bell curve). Alasan lain yang mendasari pentingnya Distribusi Normal adalah 'Central Limit Theorem' yang menyebutkan bahwa , pengambilan sampel secara random dari sebuah distribusi (tanpa menghiraukan jenis distribusinya) maka distribusi dari sampel x akan mendekati distribusi normal, dan makin besar jumlah sampelnya distribusi akan makin mendekati distribusi normal.

A. Pengertian Distribusi Normal

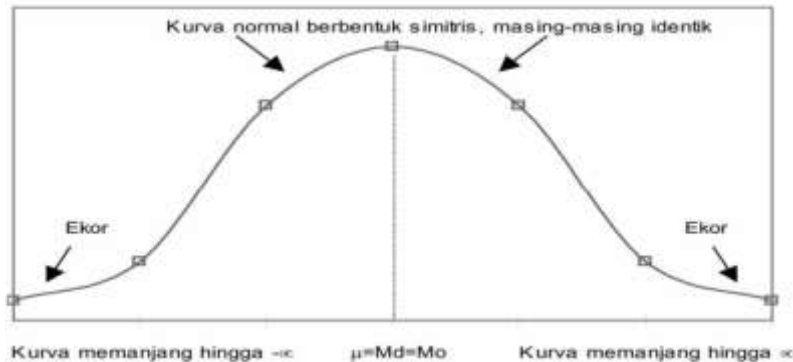
- Distribusi normal menggunakan variabel acak kontinu.
- Distribusi Normal didefinisikan sebagai distribusi frekuensi data kontinyu dengan rentang tak terbatas (infinite range, $-\infty$ sampai $+\infty$), yang telah berkembang menjadi acuan masalah probabilitas banyak disiplin ilmu
- Distribusi normal sering disebut Distribusi Gauss
- Distribusi ini merupakan salah satu yang paling penting dan banyak digunakan. Distribusi ini menyerupai bentuk lonceng (bell-shape) dengan nilai rata-rata sebagai sumbu simetrisnya.



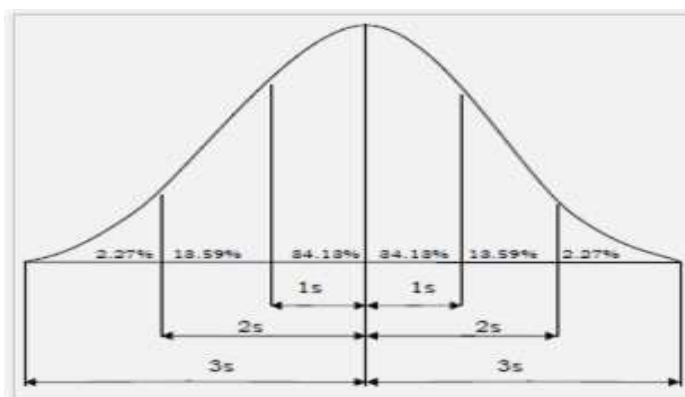
- Distribusi Normal mudah dikerjakan secara matematis, bahkan banyak kasus praktis meskipun tidak berdistribusi normal jika dipecahkan dengan teori distribusi normal akan dapat dipecahkan lebih mudah
- Distribusi Normal mempunyai kaitan kuat dengan ukuran sampel (n), makin besar n maka data cenderung mengikuti kaidah distribusi normal

B. Karakteristik Distribusi Normal

- Suatu distribusi data dikatakan berdistribusi normal apabila data berdistribusi simetris, yaitu bila nilai rata-rata, median dan modus sama. Karakteristik distribusi normal antara lain:
 - a. Grafiknya akan selalu di atas sumbu datar x
 - b. Bentuknya simetris terhadap $x = \mu$.
 - c. Mempunyai satu modus (unimodal)
 - d. Grafiknya mendekati (berasimptot) sumbu datar x
 - e. Luas daerah grafik selalu sama dengan satu satuan unit persegi



- Dari kurva di atas dapat dilihat
 1. Kurva berbentuk genta ($\mu = Md = Mo$)
 2. Kurva berbentuk simetris
 3. Kurva normal berbentuk asimptotis
 4. Kurva mencapai puncak pada saat $X = \mu$
 5. Luas daerah di bawah kurva adalah 1; $\frac{1}{2}$ di sisi kanan nilai tengah dan $\frac{1}{2}$ di sisi kiri.
- Bentuk kurva yang tidak memiliki kriteria di atas dikenal dengan distribusi tidak simetris (distribusi menceng ke kiri atau ke kanan). Daerah kurva normal merupakan ruangan yang dibatasi daerah kurva dengan absisnya (sumbu alas). Luas daerah biasanya dinyatakan dalam persen atau proporsi.



- Distribusi normal dipengaruhi oleh dua parameter, yaitu mean dan standar deviasi. Mean menentukan lokasi pusat statistik dan standar deviasi menentukan lebar dari kurva normal.

C. Fungsi Rapat Probabilitas Random

- Fungsi rapat probabilitas variabel random X dengan mean μ dan variansi σ^2 yang memiliki distribusi normal adalah:

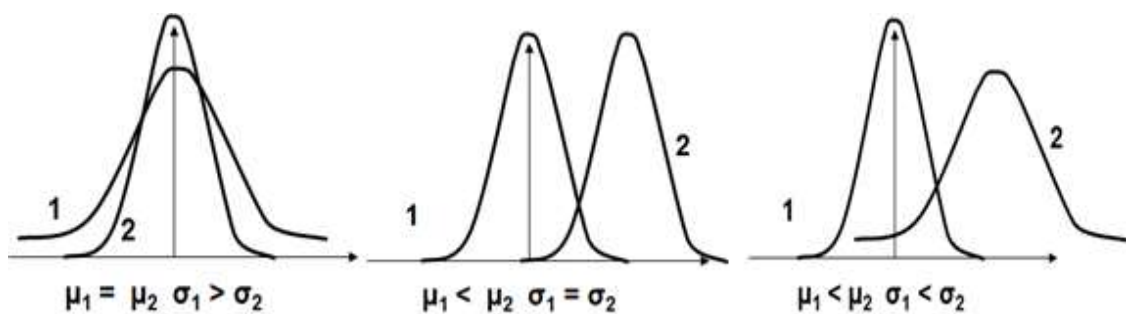
$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

dengan μ = mean , σ = deviasi standar, $\pi = 3,14159$, dan $e = 2,71828$

- Probabilitas ini dinyatakan sebagai P ($a < X < b$)

D. Rumus Distribusi Normal

- Contoh variabel random yg memiliki distribusi normal misalnya:
 - a. distribusi error dalam pengukuran
 - b. pengukuran dalam meteorologi
 - c. pengukuran curah hujan
 - d. sebagai pendekatan bagi distribusi binomial dan distribusi hipergeometrik, dan lainnya
- Bentuk distribusi normal ditentukan oleh μ dan σ



- **SEMAKIN BESAR NILAI σ , MAKA KURVA AKAN SEMAKIN LANDAI**
- **SEMAKIN KECIL NILAI σ MAKA KURVA AKAN SEMAKIN MELANCIP**
- Keluarga distribusi normal terdiri dari distribusi normal yang jumlahnya tak terhingga, Namun, untuk mencari probabilitas suatu interval dari variabel random kontinyu, dapat dipermudah dengan bantuan distribusi normal standar yang memiliki rata-rata (μ) = 0 dan standat deviasi (δ) = 1. Variabel random dalam distribusi normal standar kemudian diberi nama Z. Luas kurva normal dengan rata rata (μ) dan deviasi standar (δ) yang berbeda masih bisa dicari dengan bantuan tabel distribusi Z dengan cara merubah variabel random x menjadi variabel random Z dengan rumus :

$$Z = \frac{x - \mu}{\delta}$$

Dimana,

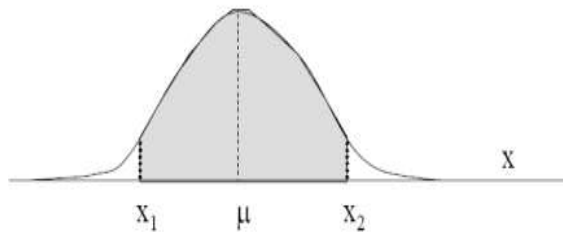
x = nilai variabel random

μ = rata-rata variabel random

δ = deviasi standar variabel random

E. Luas Daerah di Bawah Kurva Normal

- Dibatasi oleh $x = x_1$ dan $x = x_2$
- $P(x_1 < X < x_2)$ dinyatakan oleh luas daerah gelap
- Gambar luas daerah di bawah kurva normal :



$$Z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\delta} \text{ dan } Z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\delta}$$

F. Tabel Distribusi Normal

Tabel Distribusi Normal

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3521
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319

BACK NEXT

- Pada tabel diatas sebelah kiri ada 0 s.d 1,4 dan seterusnya sampai dengan 3,00 dan pada baris atas ada 0,00 sampai dengan 0,09.
- Misalnya , $Z = 1,07$ maka pada kolom paling kiri kita cari 1,0 dan bergerak ke kanan cari angka 0,07 pada baris paling atas sehingga kolom dan baris bertemu pada angka 0,3557 yang berarti = 35,57%. Karena tabel di atas hanya memuat setengah dari seluruh luas kurva maka luas seluruh pada $Z = \pm 1,07$ adalah $2 \times 35,57\% = 71,14\%$.
- Begitu juga untuk nilai $Z = 1,48$, luasnya diperoleh $0,4306 = 43,06\%$, Luas keseluruhannya $86,12\%$.

Diskusikan penyelesaian soal-soal berikut !!!

1. Harga saham di BEJ mempunyai nilai tengah (μ)=490,7 dan standar deviasinya 144,7. Berapa nilai Z untuk harga saham 600?
2. Berapa luas antara Z antara 0 dan sampai Z = 0,76 atau biasa ditulis $P(0 < Z < 0,76)$?
3. Diketahui nilai rata-rata hasil UN tahun 2015 adalah 73,25 dengan varians 42,25, serta nilai UN terdistribusi secara normal . Jika dipilih siswa lulusan SMA yang ikut UN, tentukan peluang siswa tersebut nilainya
 - a. Kurang dari 80
 - b. Antara 60 sampai 70
4. Sebuah perusahaan memproduksi bola lampu yang mempunyai ketahanan berdistribusi normal dengan rata-rata 3000 jam dan dengan simpangan bakunya 120 jam.
 - a. Berapa persen lampu yang mempunyai ketahanan kurang dari 2800 jam
 - b. Berapa persen lampu yang mempunyai ketahanan lebih dari 2940 jam, jika diproduksi sebanyak 1000 lampu
5. Dari 100 responden didapat harga rata-rata untuk angket motivasi kerja = 75 dengan simpangan baku = 4 ditanyakan:
 - a. Berapa jumlah responden yang mendapat nilai 80 ke atas?
 - b. Berapa nilai responden yang dapat dikualifikasikan 10 % dari nilai tertinggi?
6. Buah durian di Kebun Montong Sukabumi, Jawa Barat mempunyai berat rata-rata 5 kg dengan standar deviasi 1,5 kg. Berapakah nilai Z dan luas kurvanya, apabila ada buah durian yang mempunyai berat 8,5 kg dan 2,5 kg.
7. PT GS mengklaim rata-rata berat buah mangga "B" adalah 350 gram dengan standar deviasi 50 gram. Bila berat mangga mengikuti distribusi normal, berapa probabilitas bahwa berat buah mangga mencapai kurang dari 250 gram, sehingga akan diprotes oleh konsumen.
8. PT Work Electric, memproduksi Bohlam Lampu yang dapat hidup 900 jam dengan standar deviasi 50 jam. PT Work Electric ingin mengetahui berapa persen produksi pada kisaran antara 800-1.000 jam, sebagai bahan promosi bohlam lampu. Hitung berapa probabilitasnya!
9. PT. Gunung Sari ingin membuat kelas mutu baru untuk mangga yaitu mutu "Super". Mutu ini merupakan 12.5 % dari mutu rata berat buah mangga pada saat ini adalah 350 gram dengan standar deviasi 50 gram. Berapa berat mangga minimal untuk bisa masuk ke dalam kelas mutu "Super" tersebut ?
10. PT Hari Jaya memproduksi barang piring, dan lain-lain. Perusahaan memberikan kesempatan kepada konsumen untuk menukar barang yang telah dibeli dalam hari itu apabila ditemui barang cacat. Selama pelaksanaan program ini, ada 10 orang rata-rata yang menukarkan barang karena cacat dengan standar deviasi 4 orang per hari. Berapa peluang ada 20 penukaran barang pada suatu hari?
11. PT Arthakita Jagaselama memproduksi buah melon, di mana setiap melon mempunyai berat sebesar 750 gram dengan standar deviasi 80 gram. Buah yang termasuk dalam 10% terberat dimasukkan ke dalam kelas atau mutu A. Berapa berat minimal dari buah melon supaya dapat masuk ke dalam mutu A?

Latihan Soal (kerjakan di buku latihan dengan menggunakan cara)

1. Rata-rata tinggi orang dewasa Indonesia adalah 165cm dengan standar deviasi 6,25 cm. Jika dipilih seseorang dewasa secara acak , maka tentukan peluang tingginya
 - a. Kurang dari 150 cm
 - b. Lebih dari 160 cm
 - c. Antara 160 cm sampai dengan 170 cm
 - d. Lebih dari 175 cm

2. Harapan hidup penduduk Indonesia terdistribusi secara normal dengan rata-ratanya adalah 65 tahun dengan simpangan bakunya 8 tahun,
 - a. Tentukan peluang orang Indonesia dapat bertahan hidup antara 60 sampai 75 tahun
 - b. Dari data usia kematian 3000 jiwa, maka perkirakan banyaknya penduduk yang meninggal di usia di atas 70 tahun

TUGAS KELOMPOK

1. Setiap kelompok mencari penerapan distribusi normal melalui internet, jurnal ilmiah dan makalah-makalah dalam bidang fisika, ekonomi, maupun bidang lainnya. Buatlah penyelesaian dari permasalahan-permasalahan yang ada tersebut dengan uraian langkahnya
2. Presentasikan hasilnya di depan kelompok yang lain