

SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINIER DAN KUADRAT

C. Sistem Pertidaksamaan Kuadrat dan Kuadrat

Sistem pertidaksamaan kuadrat dua variabel terdiri dari dua pertidaksamaan kuadrat. Salah satu metoda yang paling populer dalam menyelesaikannya adalah dengan metoda grafik. Langkah-langkah penyelesaian dengan metoda ini adalah sebagai berikut :

1. Anggap kedua pertidaksamaan kuadrat tersebut sebagai fungsi kuadrat, dan gambarkan grafik-grafiknya dalam tata koordinat Cartesius.
2. Gunakan titik-titik uji untuk menentukan daerah penyelesaian dari masing-masing pertidaksamaan, lalu kemudian arsirlah daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaan tersebut dengan warna atau arah garis yang berbeda-beda.
3. Daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan adalah irisan kedua daerah pertidaksamaan itu.

Untuk lebih jelasnya, ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Gambarlah kedua pertidaksamaan kuadrat berikut ini dalam satu sistem koordinat Cartesius, kemudian tentukan daerah penyelesaiannya

$$\begin{cases} y > x^2 - 9 \\ y \leq -x^2 + 6x - 8 \end{cases}$$

Jawab

- a. Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan $y > x^2 - 9$

- (1) Titik potong dengan sumbu-X syarat $y = 0$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$x = -3 \text{ dan } x = 3$$

Titik potongnya $(-3, 0)$ dan $(3, 0)$

- (2) Titik potong dengan sumbu-Y syarat $x = 0$

$$y = x^2 - 9$$

$$y = (0)^2 - 9$$

$$y = -9$$

Titik potongnya $(0, -9)$

(3) Menentukan titik minimum fungsi $y = x^2 - 9$

$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right)$$

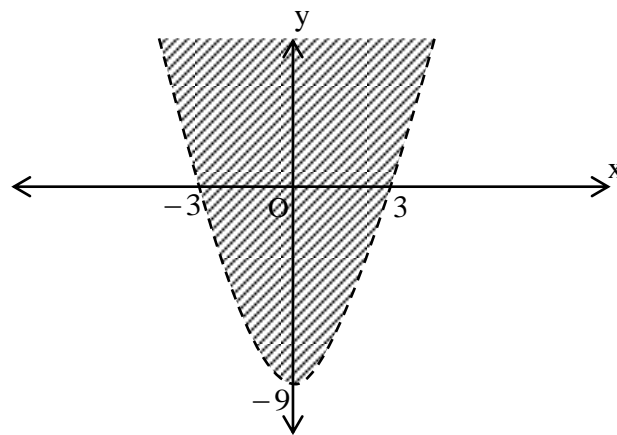
$$P\left(\frac{-0}{2(1)}, \frac{0^2 - 4(1)(-9)}{-4(1)}\right)$$

$$P\left(\frac{0}{2}, \frac{0 + 36}{-4}\right)$$

$$P(0, -9)$$

(4) Gambar daerah penyelesaiannya

(Daerah yang diarsir adalah daerah penyelesaian)



b. Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan $y \leq -x^2 + 6x - 8$

(1) Titik potong dengan sumbu-X syarat $y = 0$

$$-x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x = 4 \text{ dan } x = 2$$

Titik potongnya (4, 0) dan (2, 0)

(2) Titik potong dengan sumbu-Y syarat $x = 0$

$$y = -x^2 + 6x - 8$$

$$y = -(0)^2 + 6(0) - 8$$

$$y = -8$$

Titik potongnya (0, -8)

(3) Menentukan titik maksimum fungsi $y = -x^2 + 6x - 8$

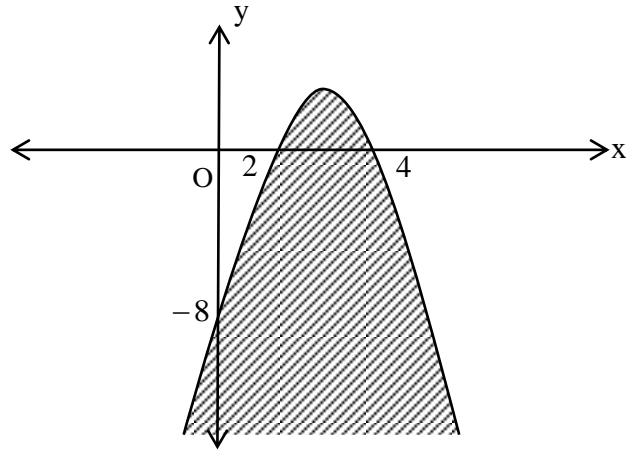
$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right)$$

$$P\left(\frac{-6}{2(-1)}, \frac{6^2 - 4(-1)(-8)}{-4(-1)}\right)$$

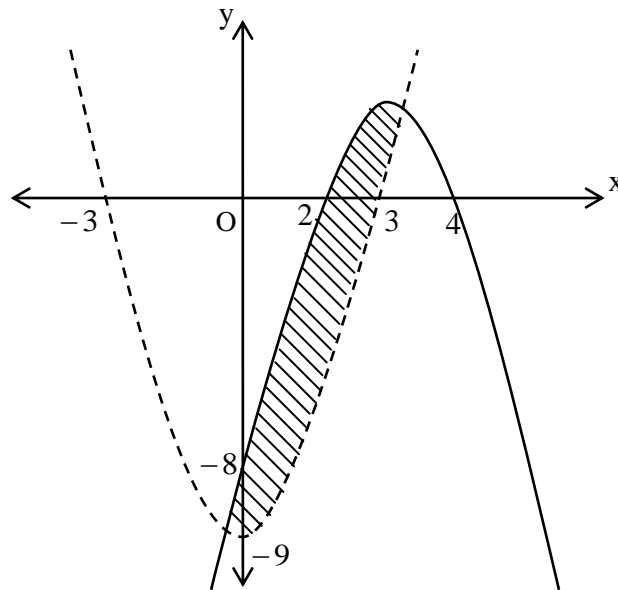
$$P\left(\frac{-6}{-2}, \frac{36-32}{4}\right)$$

$$P(3, 1)$$

- (4) Gambar daerah penyelesaiannya
(Daerah yang diarsir adalah daerah penyelesaian)



Daerah penyelesaian kedua pertidaksamaan itu adalah irisan dua daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaannya, yakni :



02. Gambarlah kedua pertidaksamaan kuadrat berikut ini dalam satu sistem koordinat Cartesius, kemudian tentukan daerah penyelesaiannya

$$\begin{cases} y \geq x^2 + 2x - 3 \\ y \geq -x^2 + 2x + 8 \end{cases}$$

Jawab

a. Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan $y \geq x^2 + 2x - 3$

(1) Titik potong dengan sumbu-X syarat $y = 0$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$x = -3$ dan $x = 1$ Titik potongnya $(-3, 0)$ dan $(1, 0)$

(2) Titik potong dengan sumbu-Y syarat $x = 0$

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$y = (0)^2 + 2(0) - 3$$

$y = -3$ Titik potongnya $(0, -3)$

(3) Menentukan titik minimum fungsi $y = x^2 + 2x - 3$

$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right)$$

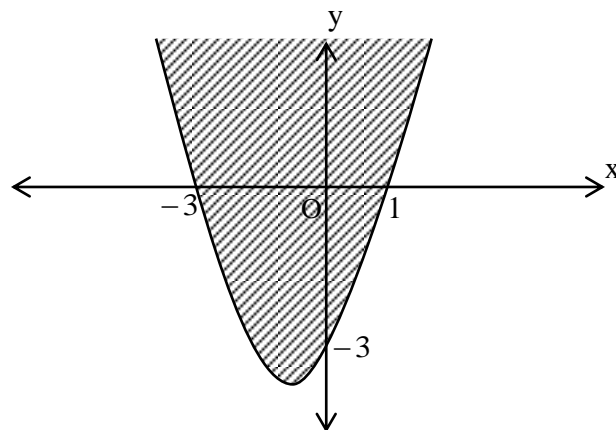
$$P\left(\frac{-2}{2(1)}, \frac{2^2 - 4(1)(-3)}{-4(1)}\right)$$

$$P\left(\frac{-2}{2}, \frac{4 + 12}{-4}\right)$$

$P(-1, -4)$

(4) Gambar daerah penyelesaiannya

(Daerah yang diarsir adalah daerah penyelesaian)



b. Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan $y \geq -x^2 + 2x + 8$

(1) Titik potong dengan sumbu-X syarat $y = 0$

$$-x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$x = -2$ dan $x = 4$ Titik potongnya $(-2, 0)$ dan $(4, 0)$

(2) Titik potong dengan sumbu-Y syarat $x = 0$

$$y = -x^2 + 2x + 8$$

$$y = -(0)^2 + 2(0) + 8$$

$y = 8$ Titik potongnya $(0, 8)$

(3) Menentukan titik maksimum fungsi $y = -x^2 + 2x + 8$

$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right)$$

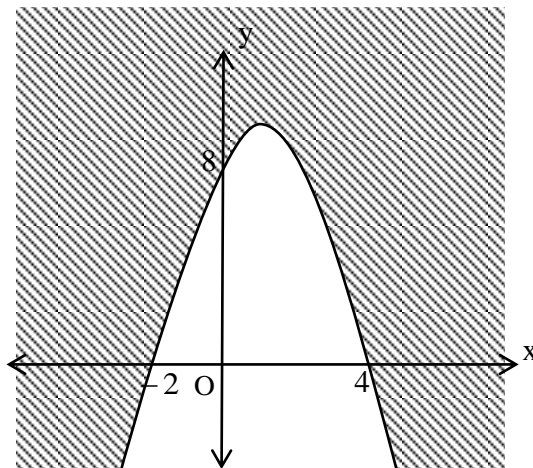
$$P\left(\frac{-2}{2(-1)}, \frac{2^2 - 4(-1)(8)}{-4(-1)}\right)$$

$$P\left(\frac{-2}{-2}, \frac{4 + 32}{4}\right)$$

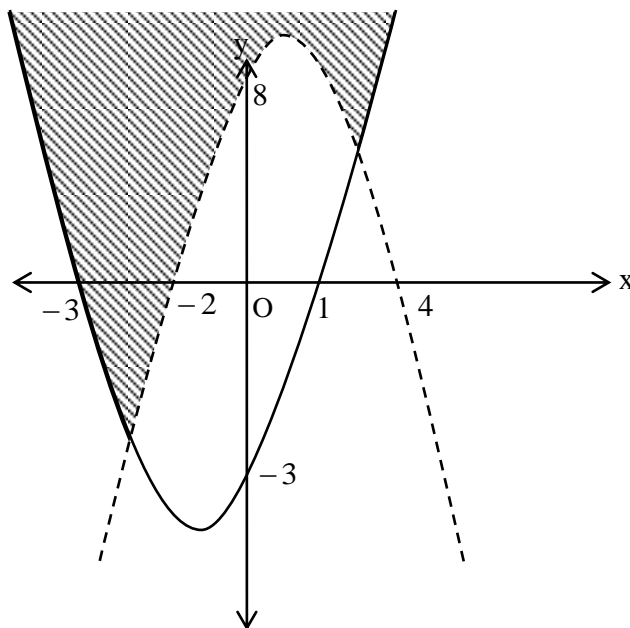
$$P(1, 9)$$

(4) Gambar daerah penyelesaiannya

(Daerah yang diarsir adalah daerah penyelesaian)



Daerah penyelesaian kedua pertidaksamaan itu adalah irisan dua daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaannya, yakni :



03. Gambarlah kedua pertidaksamaan kuadrat berikut ini dalam satu sistem koordinat Cartesius, kemudian tentukan daerah penyelesaiannya

$$\begin{cases} y \leq x^2 - 4x \\ y \geq -x^2 + 4x + 5 \end{cases}$$

Jawab

- a. Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan $y \leq x^2 - 4x$

- (1) Titik potong dengan sumbu-X syarat $y = 0$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ dan } x = 4 \quad \text{Titik potongnya } (0, 0) \text{ dan } (4, 0)$$

- (2) Titik potong dengan sumbu-Y syarat $x = 0$

$$y = x^2 - 4x$$

$$y = (0)^2 - 4(0)$$

$$y = 0 \quad \text{Titik potongnya juga di } (0, 0)$$

- (3) Menentukan titik minimum fungsi $y = x^2 - 4x$

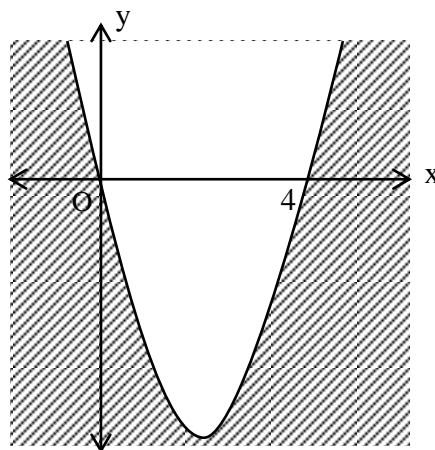
$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right)$$

$$P\left(-\frac{-4}{2(1)}, \frac{(-4)^2 - 4(1)(0)}{-4(1)}\right)$$

$$P(2, -4)$$

- (4) Gambar daerah penyelesaiannya

(Daerah yang diarsir adalah daerah penyelesaian)



- b. Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan $y \geq -x^2 + 4x + 5$

- (1) Titik potong dengan sumbu-X syarat $y = 0$

$$-x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

$$x = -1 \text{ dan } x = 5 \quad \text{Titik potongnya } (-1, 0) \text{ dan } (5, 0)$$

(2) Titik potong dengan sumbu-Y syarat $x = 0$

$$y = -x^2 + 4x + 5$$

$$y = -(0)^2 + 4(0) + 5$$

$$y = 5 \quad \text{Titik potongnya } (0, 5)$$

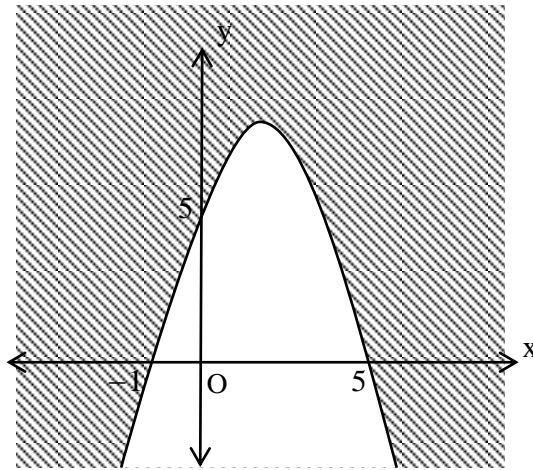
(3) Menentukan titik maksimum fungsi $y = -x^2 + 4x + 5$

$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right)$$

$$P\left(\frac{-4}{2(-1)}, \frac{4^2 - 4(-1)(5)}{-4(-1)}\right)$$

$$P(2, 9)$$

(4) Gambar daerah penyelesaiannya



Daerah penyelesaian kedua pertidaksamaan itu adalah irisan dua daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaannya, yakni :

