SISTEM PERSAMAAN LINIER

B. Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel

Persamaan linier tiga variabel, yaitu persamaan yang mengandung tiga variabel dengan pangkat tertinggi satu. Bentuk umumnya $ax + by + cz + d = 0$. Dalam hal ini a, b dan c masing-masing dinamakan koefisien dari x, y dan z, sedangkan d dinamakan konstanta.

Metoda menentukan himpunan penyelasaiannya adalah

(a) Metoda substitusi

(b) Metoda eliminasi

Namun dalam prakteknya kedua metoda itu dipakai bersamaan dalam satu soal.
Untuk lebih jelasnya akan diuraikan pada contoh berikut ini :

01. Dengan metoda campuran, tentukanlah penyelesaian sistem persamaan linier :

$x + 3y - 3z = -7$

$2x - 2y + z = 8$

$2x + y + z = 5$

Jawab

Misalkan : $x + 3y - 3z = -7$ .... (1)

$2x - 2y + z = 8$ .... (2)

$2x + y + z = 5$ .... (3)

(2)(3)　$2x - 2y + z = 8$

$\underline{2x + y + z = 5}$ −

$-3y = 3$

$y = -1$ .... (4)

(1)(2)　$x + 3y - 3z = -7$ │ (2) $\longrightarrow$ $2x + 6y - 6z = -14$

$\underline{2x - 2y + z = 8}$ │ (1) $\longrightarrow$ $\underline{2x - 2y + z = 8}$ −

$-3y = 3$ $\qquad\qquad\qquad 8y - 7z = -22$ .... (5)

(4)(5)　$8y - 7z = -22$

$8(-1) - 7z = -22$

$-8 - 7z = -22$

$-7z = -14$

$z = 2$ .... (6)

(4)(6)(1)　$x + 3y - 3z = -7$

$x + 3(-1) - 3(2) = -7$

$x - 3 - 6 = -7$

$x - 9 = -7$

$x = 2$

Jadi himpunan penyelesaiannya $H = \{(2, -1, 2)\}$

02. Dengan metoda campuran, tentukanlah penyelesaian sistem persamaan linier :

$2x + y + 3z = 1$

$2x - 3y + 4z = -5$

$x + 2y - z = 7$

Jawab

Misalkan : $2x + y + 3z = 1$ .... (1)

$\qquad\qquad 2x - 3y + 4z = -5$ .... (2)

$\qquad\qquad x + 2y - z = 7$ .... (3)

(1)(2) $\quad 2x + y + 3z = 1$

$\qquad\underline{\quad 2x - 3y + 4z = -5\quad}\; -$

$\qquad\qquad 4y - z = 6$ .... (4)

(1)(3) $\quad 2x + y + 3z = 1 \;\big|\,$(1) $\longrightarrow \quad 2x + y + 3z = 1$

$\qquad\underline{\quad x + 2y - z = 7\;}\big|\,$(2) $\longrightarrow \quad\underline{\quad 2x + 4y - 2z = 14\quad}\; -$

$\qquad\qquad -3y = 3 \qquad\qquad\qquad\qquad -3y + 5z = -13$ .... (5)

(4)(5) $\quad 4y - z = 6 \;\big|\,$(5) $\longrightarrow \quad 20y - 5z = 30$

$\qquad\underline{\quad -3y + 5z = -13\;}\big|\,$(1) $\longrightarrow \quad\underline{\quad -3y + 5z = -13\quad}\; +$

$\qquad\quad -8 - 7z = -22 \qquad\qquad\quad 17y = 17$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad y = 1$ .... (6)

(4)(6) $\quad 4y - z = 6$

$\qquad\quad 4(1) - z = 6$

$\qquad\quad 4 - z = 6$

$\qquad\quad 4 - 6 = z$

$\qquad\quad z = -2$ .... (7)

(1)(6)(7) $\quad 2x + y + 3z = 1$

$\qquad\qquad 2x + (1) + 3(-2) = 1$

$\qquad\qquad 2x + 1 - 6 = 1$

$\qquad\qquad 2x - 5 = 1$

$\qquad\qquad 2x = 6$

$\qquad\qquad x = 3$

Jadi himpunan penyelesaiannya $H = \{(3, 1, -2)\}$

03. Dengan metoda campuran, tentukanlah penyelesaian sistem persamaan linier :

$2x + 3y - 3z = 10$

$2x - y + 2z = 1$

$4x + 4y + z = 11$

Jawab

Misalkan : $2x + 3y - 3z = 10$ .... (1)

$\qquad\qquad 2x - y + 2z = 1$ .... (2)

$\qquad\qquad 4x + 4y + z = 11$ .... (3)

(1)(3) $2x + 3y - 3z = 10$ │ (1) $\longrightarrow$ $2x + \ 3y - 3z = 10$
     $4x + 4y + z = 11$ │ (3) $\longrightarrow$ $12x + 12y + 3z = 33$ $-$
                                        $14x + 15y \qquad = 43$ .... (4)

(2)(3) $2x - \ y + 2z = 1$ │ (1) $\longrightarrow$ $2x - \ y + 2z = 1$
     $4x + 4y + \ z = 11$ │ (2) $\longrightarrow$ $8x + 8y + 2z = 22$ $-$
       $-3y \qquad = 3$ $-6x - 9y \qquad = -21$
                                 $2x + 3y = 7$ .... (5)

(4)(5) $14x + 15y = 43$ │ (1) $\longrightarrow$ $14x + 15y = 43$
      $2x + \ 3y = 7$ │ (7) $\longrightarrow$ $7x + 21y = 49$ $-$
       $-8 - 7z = -22$ $-6y = -6$
                               $y = 1$... (6)

(5)(6) $2x + 3y = 7$
     $2x + 3(1) = 7$
     $2x + 3 = 7$
     $2x = 4$
     $x = 2$ .... (7)

(1)(6)(7) $2x + 3y - 3z = 10$
      $2(2) + 3(1) - 3z = 10$
      $4 + 3 - 3z = 10$
      $7 - 3z = 10$
      $-3z = 3$
      $z = -1$
Jadi himpunan penyelesaiannya H = {(2, 1, –1)}