

SISTEM PERSAMAAN LINIER

A. Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Pada materi terdahulu telah dipelajari tentang persamaan linier dua variabel, yaitu persamaan yang mengandung dua variabel dengan pangkat tertinggi satu. Bentuk umumnya $ax + by + c = 0$. Dalam hal ini a dan b masing-masing dinamakan koefisien dari x dan y , sedangkan c dinamakan konstanta.

Penyelesaian dari persamaan linier dua variabel $ax + by + c = 0$ ini, merupakan pasangan berurutan (x, y) yang memenuhi persamaan tersebut. Pasangan berurutan ini jika digambar kedalam grafik Cartesius, merupakan titik-titik yang tak hingga jumlahnya, sehingga membentuk suatu garis lurus.

Adapun sistem persamaan linier dua variabel adalah beberapa persamaan linier yang membentuk suatu sistem, sehingga penyelesaiannya merupakan titik potong seluruh garis-garis dari persamaan linier tersebut

Metoda menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linier ini adalah

- (1) Metoda grafik
- (2) Metoda eliminasi
- (3) Metoda substitusi

Berikut ini akan diuraikan penjelasan ketiga metoda di atas

1. Metoda Grafik

Misalkan diketahui sistem persamaan linier : $a_1x + b_1y = c_1$
 $a_2x + b_2y = c_2$

Maka Penyelesaiannya merupakan titik potong kedua garis linier itu. Sehingga dengan metoda grafik, kedua persamaan linier itu harus digambar pada grafik Cartesius. Untuk lebih jelasnya akan diuraikan pada contoh berikut ini :

01. Dengan metoda grafik, tentukanlah penyelesaian dari sistem persamaan linier

$$2x + 5y = 20 \text{ dan } x - y = 3$$

Jawab

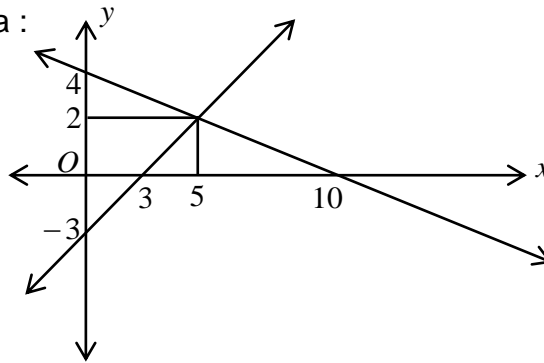
Garis : $2x + 5y = 20$

x	y	(x, y)
0	4	(0, 4)
10	0	(10, 0)

Garis : $x - y = 3$

x	y	(x, y)
0	-3	(0, -3)
3	0	(3, 0)

Gambar grafiknya :



Titik potong kedua garis itu adalah $P(5, 2)$

Dengan metoda grafik dapat diketahui bahwa terdapat tiga macam kemungkinan penyelesaian sistem persamaan linier, yaitu :

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \quad \text{maka kedua garis sejajar (tidak mempunyai penyelesaian)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \\ \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \end{array} \right\} \text{kedua garis berpotongan (mempunyai satu titik penyelesaian)}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{maka kedua garis berimpit (mempunyai tak hingga titik penyelesaian)}$$

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh berikut ini :

02. Diketahui sistem persamaan linier $ax + 2y = 5$ dan $15x - 5y = 14$. Tentukanlah nilai a agar sistem persamaan linier tersebut tidak mempunyai titik penyelesaian
Jawab

$$\text{Syarat : } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\frac{a}{15} = \frac{2}{-5} \neq \frac{5}{14}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga : } -5a &= 30 \\ a &= -6 \end{aligned}$$

2. Metoda Substitusi

Penyelesaian sistem persamaan linier dengan metoda substitusi, dilakukan dengan cara “mengganti” salah satu variabel ke dalam variabel yang lain.

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh berikut ini :

03. Dengan metoda substitusi, tentukanlah penyelesaian dari sistem persamaan linier $3x + y = 3$ dan $2x - 3y = 13$

Jawab

$$3x + y = 3$$

$$y = 3 - 3x$$

disubstitusikan ke $2x - 3y = 13$
diperoleh : $2x - 3(3 - 3x) = 13$
 $2x - 9 + 9x = 13$
 $11x = 13 + 9$
 $11x = 22$
 $x = 2$
sehingga $y = 3 - 3(2) = 3 - 6 = -3$
Jadi penyelesaiannya : $\{(2, -3)\}$

04. Dengan metoda substitusi, tentukanlah penyelesaian dari sistem persamaan linier $5x - 2y = 1$ dan $2x + 3y = 8$

Jawab
 $5x - 2y = 1$
 $2y = 5x - 1$
 $y = \frac{5x - 1}{2}$
disubstitusikan ke $2x + 3y = 8$
diperoleh : $2x + 3\left(\frac{5x - 1}{2}\right) = 8$
 $4x + 3(5x - 1) = 16$
 $4x + 15x - 3 = 16$
 $19x = 16 + 3$
 $19x = 19$
 $x = 1$
sehingga $y = \frac{5x - 1}{2} = \frac{5(1) - 1}{2} = 2$
Jadi penyelesaiannya : $\{(1, 2)\}$

3. Metoda Eliminasi

Penyelesaian sistem persamaan linier dengan metoda eliminasi, dilakukan dengan cara “menghilangkan” salah satu variabel sehingga diperoleh nilai variabel yang lain.

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh berikut ini :

05. Dengan metoda eliminasi, tentukanlah penyelesaian dari sistem persamaan linier

$2x - 3y = 2$ dan $5x + 2y = -14$
Jawab

$$\begin{array}{r|l} 2x - 3y = 2 & \times(5) \longrightarrow 10x - 15y = 10 \\ 5x + 2y = -14 & \times(2) \longrightarrow 10x + 4y = -28 \\ \hline & -19y = 38 \\ & y = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 2x - 3y = 2 & \times(2) \longrightarrow 4x - 6y = 4 \\
 5x + 2y = -14 & \times(3) \longrightarrow 15x + 6y = -42 \\
 \hline
 & 19x = -38 \\
 & x = -2
 \end{array}$$

Jadi penyelesaiannya : $\{(-2, -2)\}$

06. Dengan metoda eliminasi, tentukanlah penyelesaian dari sistem persamaan linier

$$6x + y = 11 \text{ dan } x + 3y = -1$$

Jawab

$$\begin{array}{r|l}
 6x + y = 11 & \times(1) \longrightarrow 6x + y = 11 \\
 x + 3y = -1 & \times(6) \longrightarrow 6x + 18y = -6 \\
 \hline
 & -17y = 17 \quad \text{maka } y = -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 6x + y = 11 & \times(3) \longrightarrow 18x + 3y = 33 \\
 x + 3y = -1 & \times(1) \longrightarrow x + 3y = -1 \\
 \hline
 & 17x = 34 \quad \text{maka } x = 2
 \end{array}$$

Jadi penyelesaiannya : $\{(2, -1)\}$