BARISAN DAN DERET

A. Pola Bilangan Sebagai Barisan dan Deret

Jika U_n adalah suku ke n dari suatu pola bilangan, maka U_1 , U_2 , U_3 , U_4 ,… , U_n dinamakan barisan bilangan dan $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \ldots + U_n = S_n$ dinamakan deret bilangan.

Terdapat beberapa barisan bilangan yang khusus, karena memiliki pola dan rumus tersediri, yakni :

(1) Barisan bilangan asli.
Bentuk : 1, 2, 3, 4, 5, ….
Rumus : $U_n = n$

$$S_n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

(2) Barisan bilangan persegi
Bentuk : 1, 4, 9, 16, 25, …..
Pola : $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \ldots$
Rumus : $U_n = n^2$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(3) Barisan bilangan persegi panjang
Bentuk : 2, 6, 12, 20, 30, ….
Pola : 1.2 , 2.3 , 3.4 , 4.5 , …
Rumus : $U_n = n\ (n+1)$

$$S_n = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

(4) Barisan Bilangan segitiga
Bentuk : 1, 3, 6, 10, 15, …
Pola : 1, 1+2 , 1+2+3 , 1+2+3+4,
Rumus : $U_n = \frac{1}{2}n(n+1)$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

(5) Barisan bilangan Kubik
Bentuk : 1, 8, 27, 64, 125, …..
Pola : $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \ldots$
Rumus : $U_n = n^3$

$$S_n = \left[\frac{1}{2}n(n+1)\right]^2$$

(6) Barisan bilangan balok
Bentuk : 6, 24, 60, 120 , 720 , ….
Pola : 1.2.3 , 2.3.4 , 3.4.5 , 4.5.6 ,
Rumus : $U_n = n\ (n+1)\ (n+2)$

$$S_n = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

Disamping itu terdapat pula barisan bilangan yang pola dan rumusnya harus dicari terlebih dahulu, untuk mendapatkan suku-suku tertentu

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Jika rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = 3n^2 - 4$, maka tentukanlah suku ke tiga dan suku kelima

Jawab
$U_n = 3n^2 - 4$
Maka $U_3 = 3(3)^2 - 4 = 3(9) - 4 = 27 - 4 = 22$
$U_5 = 3(5)^2 - 4 = 3(25) - 4 = 75 - 4 = 71$

02. Diketahui rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = 2n^2 - 4n + 5$. Suku keberapakah 11 ?

Jawab

$U_n = 2n^2 - 4n + 5$

$11 = 2n^2 - 4n + 5$

$0 = 2n^2 - 4n - 6$

$0 = n^2 - 2n - 3$

$0 = (n - 3)(n + 1)$

Jadi $n = 3$. Sehingga 11 adalah suku ke 3

03. Suatu barisan 5, 8, 11, 14, 17, … memenuhi pola $U_n = an + b$. Tentukanlah rumus umum suku ke-n dan berapakah suku ke 9 ?

Jawab

$U_n = an + b$

Maka $U_1 = a(1) + b = 5$ sehingga $a + b = 5$ .... (1)

$U_2 = a(2) + b = 8$ sehingga $2a + b = 8$ .... (2)

Sehingga
$$\begin{array}{r} 2a + b = 8 \\ a + b = 5 \\ \hline a \quad = 3 \end{array}$$

Substitusi ke(1) $a + b = 5$

$3 + b = 5$ maka $b = 2$

Jadi rumus umum suku ke-n adalah $U_n = 3n + 2$

04. Suatu barisan 3, 4, 7, 12, 19, … memenuhi pola $U_n = an^2 + bn + c$. Tentukanlah rumus umum suku ke-n dan berapakah suku ke 10 ?

Jawab

$U_n = an^2 + bn + c$

Maka $U_1 = a(1)^2 + b(1) + c = 3$ sehingga $a + b + c = 3$ .... (1)

$U_2 = a(2)^2 + b(2) + c = 4$ sehingga $4a + 2b + c = 4$ .... (2)

$U_3 = a(3)^2 + b(3) + c = 7$ sehingga $9a + 3b + c = 7$ .... (3)

Sehingga
$$\begin{array}{lr} (3) & 9a + 3b + c = 7 \\ (2) & 4a + 2b + c = 4 \\ \hline & 5a + b \quad = 3 \end{array}$$
.... (4)

$$\begin{array}{lr} (2) & 4a + 2b + c = 4 \\ (1) & a + b + c = 3 \\ \hline & 3a + b \quad = 1 \end{array}$$
.... (5)

Eliminasi (4)(5)
$$\begin{array}{r} 5a + b = 3 \\ 3a + b = 1 \\ \hline 2a \quad = 2 \end{array}$$
maka $a = 1$

Substitusi ke(5) $3(1) + b = 1$ maka $b = -2$
Substitusi ke(1) $1 - 2 + c = 3$ maka $c = 4$

Jadi rumus umum suku ke-n adalah $U_n = n^2 - 2n + 4$
$U_{10} = (10)^2 - 2(10) + 4 = 100 - 20 + 4 = 84$

05. Pada barisan bilangan segitiga tentukanlah :
(a) Suku ke 6
(b) Jumlah delapan suku pertama

Jawab
Menurut rumus barisan bilangan segitiga : 1, 3, 6, 10, 15, …

$U_n = \frac{1}{2}n(n+1)$ $\quad\quad S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

Sehingga :

(a) $U_6 = \frac{1}{2}(6)(6+1) = 21$

(b) $S_8 = \frac{1}{6}(8)(8+1)(8+2) = 120$

06. Pada barisan bilangan persegipanjang tentukanlah hasil dari $U_5 + U_6 + U_7 + U_8$
Jawab

Menurut rumus barisan bilangan persegi panjang : $S_n = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

Sehingga : $U_5 + U_6 + U_7 + U_8 = S_8 - S_5$

$= \frac{1}{3}(8)(8+1)(8+2) - \frac{1}{3}(5)(5+1)(5+2)$
$= 240 - 70$
$= 170$

SOAL LATIHAN 1

01. Jika rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = 5 - 2n^2$, maka selisih suku ketiga dan kelima adalah ….

A. 32	B. –32	C. 28
D. –28	E. 25	

02. Rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = 4 + 2n - an^2$, Jika suku ke 4 adalah –36 maka nilai a adalah …

A. –3	B. –2	C. 2
D. 3	E. 4	

03. Rumus suku ke-n dari suatu barisan adalah $U_n = \frac{n^2 - 1}{n + 3}$, Suku keberapakah 3 ?

A. 8	B. 6	C. 5
D. 4	E. 3	

04. Suatu barisan 1, 4, 7, 10, … memenuhi pola $U_n = an + b$. Suku ke 10 dari barisan itu adalah

A. 22	B. 28	C. 30
D. 31	E. 33	

05. Suatu barisan 2, 5, 10, 17, …. memenuhi pola $U_n = an^2 + bn + c$. Suku ke 9 dari barisan itu adalah

A. 73	B. 78	C. 80
D. 82	E. 94	

06. Barisan 2, 9, 18, 29, … memenuhi pola $U_n = an^2 + bn + c$. Suku ke berapakah 42?

A. 5	B. 6	C. 7
D. 8	E. 9	

07. Suku ke 20 dari barisan 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, …. adalah

A. 1	B. 9	C. 10
D. 11	E. 18	

08. Suku pertama suatu barisan adalah 4, sedangkan suku umum ke-n (untuk n > 1) ditentukan dengan rumus $U_n = 3.U_{n-1} - 5$. Suku ke tiga adalah …

A. 16	B. 14	C. 13
D. 12	E. 10	

09. Rumus umum suku ke-n dari barisan 6, 10, 14, 18, 22, …., adalah $U_n = an + b$. Rumus suku ke-n barisan tersebut adalah …

A. $U_n = 4n - 2$ B. $U_n = 3n + 3$ C. $U_n = 5n + 1$
D. $U_n = 3n - 2$ E. $U_n = 4n + 2$

10. Pola bilangan untuk barisan 44, 41, 38, 35, 32, … memenuhi rumus …

A. $U_n = 44 - n$ B. $U_n = 46 - 2n$ C. $U_n = 48 - 4n$
D. $U_n = 3n + 41$ E. $U_n = 47 - 3n$

11. Pola bilangan barisan 6, 11, 18, 27, 38, 51, … memenuhi rumus …

A. $U_n = n^2 + 4n + 1$ B. $U_n = n^2 - 2n + 7$ C. $U_n = n^2 + 2n + 3$
D. $U_n = n^2 + 3n + 2$ E. $U_n = 2n^2 + n + 3$

12. Pola bilangan barisan 2, 2, 4, 14, 22, 32, … memenuhi rumus …

A. $U_n = n^2 + 3n - 2$ B. $U_n = n^2 + 4n - 3$ C. $U_n = n^2 + 5n - 4$
D. $U_n = n^2 - 3n + 4$ E. $U_n = 2n^2 + 3n - 3$

13. Pada barisan bilangan balok, jumlah deret $U_3 + U_4 + U_5 + U_6 + \ldots + U_9 = \ldots.$

A. 2970 B. 3940 C. 2940
D. 3960 E. 2540

14. Jumlah n suku pertama barisan 3, 5, 7, 9, 11, 13, … memenuhi pola $S_n = an^2 + bn$. Jumlah 12 suku pertama barisan itu adalah ….

A. 300 B. 240 C. 168
D. 145 E. 98

15. Jika suatu barisan bilangan memenuhi rumus $U_n = 4n + 3$, maka rumus jumlah n suku pertamanya adalah ….

A. $S_n = 5n^2 + 2n$ B. $S_n = 2n^2 + 5n$ C. $S_n = 3n^2 + 2n - 1$
D. $S_n = n^2 + 3n$ E. $S_n = n^2 + 2n - 5$

16. Jika suatu barisan 2, 8, 32, 128, … memenuhi rumus $U_n = 2^{an+b}$ maka nilai a x b = ….

A. 3 B. 2 C. 1
D. –1 E. –2