

# PERTIDAKSAMAAN SATU VARIABEL

## A. Pertidaksamaan Pecahan

Bentuk umum pertidaksamaan pecahan adalah  $\frac{f(x)}{g(x)}$ . Adapun langkah-langkah

penyelesaian pertidaksamaan pecahan adalah sebagai berikut :

- (1) Mengubah ruas kanan pertidaksamaan menjadi nol
- (2) Menentukan nilai pembuat nol pembilang dan penyebut
- (3) Melukis daerah penyelesaian dalam garis bilangan
- (4) Menentukan interval penyelesaian

Untuk lebih jelasnya, akan diuraikan dalam contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan berikut ini :

(a)  $\frac{x+3}{2x-8} \leq 0$                       (b)  $\frac{x-5}{4-2x} > 0$                       (c)  $\frac{5x+5}{2x-1} \leq 3$

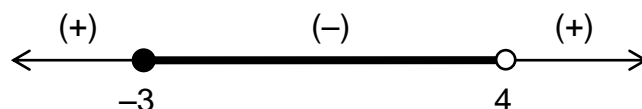
Jawab

(a)  $\frac{x+3}{2x-8} \leq 0$

Maka  $x+3=0$ ,  $x=-3$

$2x-8=0$ .  $x=4$

Sehingga :



Uji :  $x = -5$  maka  $\frac{-5+3}{2(-5)-8} = \frac{1}{9} > 0$  (+)

$x = 0$  maka  $\frac{0+3}{2(0)-8} = -\frac{3}{8} < 0$  (-)

$x = 5$  maka  $\frac{5+3}{2(5)-8} = 4 > 0$  (+)

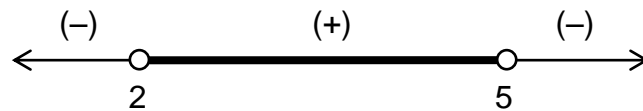
Jadi intervalnya :  $-3 \leq x < 4$

(b)  $\frac{x-5}{4-2x} > 0$

Maka  $x-5=0$ ,  $x=5$

$4-2x=0$ .  $x=2$

Sehingga :



$$\text{Uji : } x = 0 \text{ maka } \frac{0-5}{4-2(0)} = -\frac{5}{4} < 0 \quad (-)$$

$$x = 3 \text{ maka } \frac{3-5}{4-2(3)} = 1 > 0 \quad (+)$$

$$x = 6 \text{ maka } \frac{6-5}{4-2(6)} = -\frac{1}{8} < 0 \quad (-)$$

Jadi intervalnya :  $2 < x < 5$

$$(c) \frac{5x+5}{2x-1} \leq 3$$

$$\frac{5x+5}{2x-1} - 3 \leq 0$$

$$\left(\frac{5x+5}{2x-1}\right) - 3\left(\frac{2x-1}{2x-1}\right) \leq 0$$

$$\frac{(5x+5) - 3(2x-1)}{2x-1} \leq 0$$

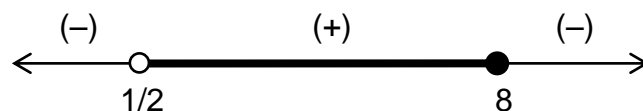
$$\frac{5x+5-6x+3}{2x-1} \leq 0$$

$$\frac{8-x}{2x-1} \leq 0$$

$$\text{Maka } 8-x=0, \quad x=8$$

$$2x-1=0, \quad x=1/2$$

Sehingga :



$$\text{Uji : } x = 0 \text{ maka } \frac{8-0}{2(0)-1} = -8 < 0 \quad (-)$$

$$x = 3 \text{ maka } \frac{8-3}{2(3)-1} = 1 > 0 \quad (+)$$

$$x = 10 \text{ maka } \frac{8-10}{2(10)-1} = -\frac{2}{19} < 0 \quad (-)$$

Jadi intervalnya :  $x < 1/2$  atau  $x \geq 8$

02. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan berikut ini :

(a)  $\frac{x+1}{x^2-6x+8} \leq 0$

(b)  $\frac{x^2-9}{x^2-5x+6} \leq 0$

Jawab

(a)  $\frac{x+1}{x^2-6x+8} \leq 0$

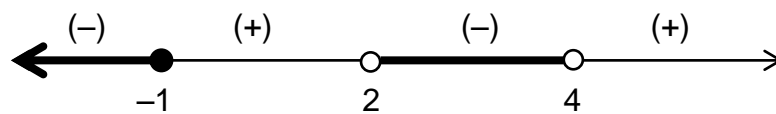
$$\frac{x+1}{(x-4)(x-2)} \leq 0$$

Maka  $x+1=0$ ,  $x=-1$

$x-4=0$ ,  $x=4$

$x-2=0$ ,  $x=2$

Sehingga :



Uji :  $x = -2$  maka  $\frac{-2+1}{(-2-4)(-2-2)} = -\frac{1}{24} < 0$  (-)

$x = 0$  maka  $\frac{0+1}{(0-4)(0-2)} = \frac{1}{8} > 0$  (+)

$x = 3$  maka  $\frac{3+1}{(3-4)(3-2)} = -4 < 0$  (-)

$x = 5$  maka  $\frac{5+1}{(5-4)(5-2)} = 2 > 0$  (+)

Jadi intervalnya :  $x \leq -1$  atau  $2 < x < 4$

(b)  $\frac{x^2-9}{x^2-5x+6} \leq 0$

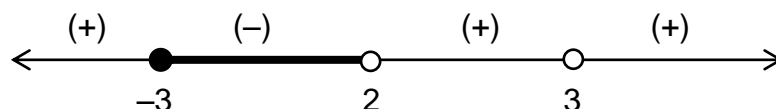
$$\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-2)} \leq 0$$

Maka  $x-3=0$ ,  $x=3$

$x+3=0$ ,  $x=-3$

$x-2=0$ ,  $x=2$

Sehingga :



Uji :  $x = -4$  maka  $\frac{(-4-3)(-4+3)}{(-4-3)(-4-2)} = \frac{1}{6} > 0$  (+)

$x = 0$  maka  $\frac{(0-3)(0+3)}{(0-3)(0-2)} = -\frac{3}{2} < 0$  (-)

$$x = 2,5 \text{ maka } \frac{(2,5-3)(2,5+3)}{(2,5-3)(2,5-2)} = 11 > 0 \quad (+)$$

$$x = 4 \text{ maka } \frac{(4-3)(4+3)}{(4-3)(4-2)} = \frac{7}{2} > 0 \quad (+)$$

Jadi intervalnya :  $-3 \leq x < 2$

03. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan berikut ini :

$$(a) \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2} < 0$$

$$(b) \frac{x^2 - 7x + 10}{x^3 - 4x} \geq 0$$

Jawab

$$(a) \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2} < 0$$

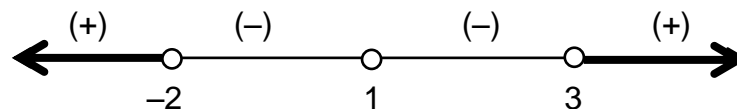
$$\frac{(x-3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} < 0$$

$$\text{Maka } x - 3 = 0, \quad x = 3$$

$$x - 1 = 0, \quad x = 1$$

$$x + 2 = 0, \quad x = -2$$

Sehingga :



$$\text{Uji : } x = -3 \text{ maka } \frac{(-3-3)(-3-1)}{(-3+2)(-3-1)} = 6 > 0 \quad (+)$$

$$x = 0 \text{ maka } \frac{(0-3)(0-1)}{(0+2)(0-1)} = -\frac{3}{2} < 0 \quad (-)$$

$$x = 2 \text{ maka } \frac{(2-3)(2-1)}{(2+2)(2-1)} = -\frac{1}{4} < 0 \quad (-)$$

$$x = 4 \text{ maka } \frac{(4-3)(4-1)}{(4+2)(4-1)} = \frac{1}{6} > 0 \quad (+)$$

Jadi intervalnya :  $x < -2$  atau  $x > 3$

$$(b) \frac{x^2 - 7x + 10}{x^3 - 4x} \geq 0$$

$$\frac{(x-5)(x-2)}{x(x+2)(x-2)} \geq 0$$

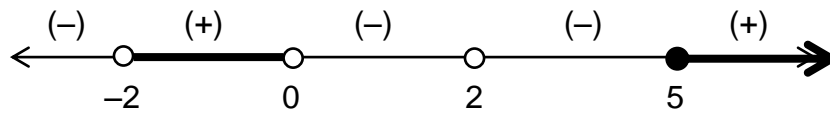
$$\text{Maka } x - 5 = 0, \quad x = 5$$

$$x - 2 = 0, \quad x = 2$$

$$x + 2 = 0, \quad x = -2$$

$$x = 0$$

Sehingga :



$$\text{Uji : } x = -3 \text{ maka } \frac{(-3-5)(-3-2)}{-3(-3+2)(-3-2)} = -\frac{8}{3} < 0 \quad (-)$$

$$x = -1 \text{ maka } \frac{(-1-5)(-1-2)}{-1(-1+2)(-1-2)} = 6 > 0 \quad (+)$$

$$x = 1 \text{ maka } \frac{(1-5)(1-2)}{1(1+2)(1-2)} = -\frac{4}{3} < 0 \quad (-)$$

$$x = 3 \text{ maka } \frac{(3-5)(3-2)}{3(3+2)(3-2)} = -\frac{2}{15} < 0 \quad (-)$$

$$x = 6 \text{ maka } \frac{(6-5)(6-2)}{6(6+2)(6-2)} = \frac{1}{48} > 0 \quad (+)$$

Jadi intervalnya :  $-2 < x < 0$  atau  $x \geq 5$

04. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan :  $\frac{2x-1}{x+1} \leq \frac{x-2}{x-3}$

Jawab

$$\frac{2x-1}{x+1} \leq \frac{x-2}{x-3}$$

$$\frac{2x-1}{x+1} - \frac{x-2}{x-3} \leq 0$$

$$\frac{(2x-1)(x-3) - (x-2)(x+1)}{(x+1)(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{(2x^2 - 7x + 3) - (x^2 - x - 2)}{(x+1)(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{2x^2 - 7x + 3 - x^2 + x + 2}{(x+1)(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{(x+1)(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{(x-5)(x-1)}{(x+1)(x-3)} \leq 0$$

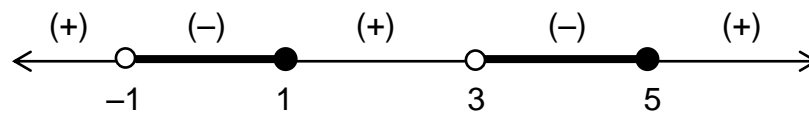
$$\text{Maka } x - 5 = 0, \quad x = 5$$

$$x - 1 = 0, \quad x = 1$$

$$x + 1 = 0, \quad x = -1$$

$$x - 3 = 0, \quad x = 3$$

Sehingga :



$$\text{Uji : } x = -2 \text{ maka } \frac{(-2-5)(-2-1)}{(-2+1)(-2-3)} = \frac{21}{5} > 0 \quad (+)$$

$$x = 0 \text{ maka } \frac{(0-5)(0-1)}{(0+1)(0-3)} = -\frac{5}{3} > 0 \quad (-)$$

$$x = 2 \text{ maka } \frac{(2-5)(2-1)}{(2+1)(2-3)} = 1 > 0 \quad (+)$$

$$x = 4 \text{ maka } \frac{(4-5)(4-1)}{(4+1)(4-3)} = -\frac{3}{5} < 0 \quad (-)$$

$$x = 6 \text{ maka } \frac{(6-5)(6-1)}{(6+1)(6-3)} = \frac{5}{21} > 0 \quad (+)$$

Jadi intervalnya :  $-1 < x \leq 1$  atau  $3 < x \leq 5$