

# PERSAMAAN DAN FUNGSI EKSPONEN SERTA LOGARITMA

## F. Pertidaksamaan Logaritma

Pertidaksamaan logaritma adalah suatu pertidaksamaan yang didalamnya memuat bentuk logaritma.  ${}^a \log f(x)$

Terdapat beberapa aturan dalam pertidaksamaan, yaitu :

- (1) Tanda/notasi suatu pertidaksamaan akan berubah jika perkalian atau pembagian suatu bilangan negatif dilakukan pada kedua ruas pertidaksamaan
- (2) Tanda/notasi suatu pertidaksamaan akan berubah jika kedua ruas bertukar tempat

Terdapat dua macam sifat yang dipakai dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma, yaitu :

- (1) Sifat fungsi logaritma monoton naik

Jika  $a > 1$  dan  ${}^a \log f(x) \geq {}^a \log g(x)$  maka  $f(x) \geq g(x)$  asalkan  $f(x) > 0$  dan  $g(x) > 0$

Jika  $a > 1$  dan  ${}^a \log f(x) \leq {}^a \log g(x)$  maka  $f(x) \leq g(x)$  asalkan  $f(x) > 0$  dan  $g(x) > 0$

- (2) Sifat fungsi monoton turun

Jika  $0 < a < 1$  dan  ${}^a \log f(x) \geq {}^a \log g(x)$  maka  $f(x) \leq g(x)$  asalkan  $f(x) > 0$  dan  $g(x) > 0$

Jika  $0 < a < 1$  dan  ${}^a \log f(x) \leq {}^a \log g(x)$  maka  $f(x) \geq g(x)$  asalkan  $f(x) > 0$  dan  $g(x) > 0$

Untuk lebih jelasnya, ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan  ${}^2 \log(3x - 6) \leq {}^2 \log(2x + 4)$

Jawab

$${}^2 \log(3x - 6) \leq {}^2 \log(2x + 4)$$

$$\text{Maka : } 3x - 6 \leq 2x + 4$$

$$3x - 2x \leq 6 + 4$$

$$x \leq 10 \dots\dots\dots (1)$$

Syarat :

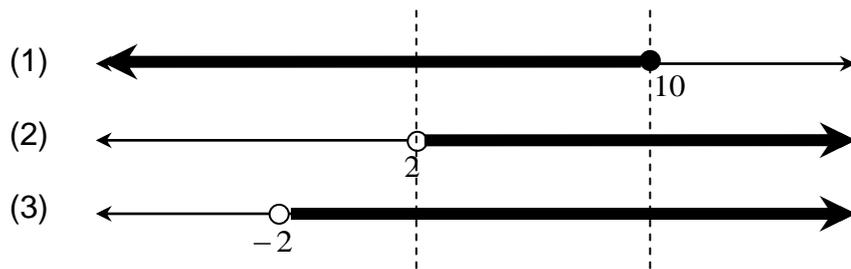
$$(1) 3x - 6 > 0$$

$$3x > 6 \text{ maka } x > 2 \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) 2x + 4 > 0$$

$$2x > -4 \text{ maka } x > -2 \dots\dots\dots (3)$$

Dari (1), (2) dan (3)



Jadi  $H = \{ 2 < x \leq 10 \}$

02. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan  $2 \cdot {}^{1/3}\log(x-3) < {}^{1/3}\log(2x+2)$

Jawab

$$2 \cdot {}^{1/3}\log(x-3) < {}^{1/3}\log(2x+2)$$

$${}^{1/3}\log(x-3)^2 < {}^{1/3}\log(2x+2)$$

$${}^{1/3}\log(x^2 - 6x + 9) < {}^{1/3}\log(2x+2)$$

Maka :  $x^2 - 6x + 9 > 2x + 2$

$$x^2 - 6x + 9 - 2x - 2 > 0$$

$$x^2 - 8x + 7 > 0$$

$$(x - 7)(x - 1) > 0$$

$$x < 1 \text{ atau } x > 7 \dots\dots\dots (1)$$

Syarat :

(1)  $x - 3 > 0$

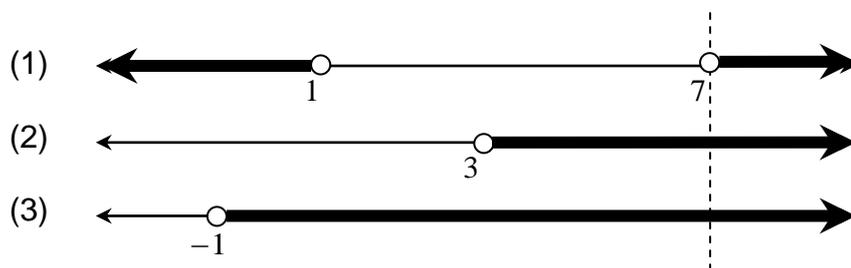
$$x > 3 \dots\dots\dots (2)$$

(2)  $2x + 2 > 0$

$$2x > -2$$

$$x > -1 \dots\dots\dots (3)$$

Dari (1), (2) dan (3)



Jadi  $H = \{ x > 7 \}$

03. Tentukanlah interval penyelesaian dari  ${}^3\log(x-4) + {}^3\log(x-2) < {}^3\log(4x-8)$

Jawab

$${}^3\log(x-4) + {}^3\log(x-2) < {}^3\log(4x-8)$$

$${}^3\log(x-4)(x-2) < {}^3\log(4x-8)$$

$${}^3\log(x^2 - 6x + 8) < {}^3\log(4x-8)$$

Maka :  $x^2 - 6x + 8 < 4x - 8$

$$x^2 - 6x + 8 - 4x + 8 < 0$$

$$x^2 - 10x + 16 < 0$$

$$(x-8)(x-2) < 0$$

$$2 < x < 8 \dots\dots\dots (1)$$

Syarat :

(1)  $x - 4 > 0$

$$x > 4 \dots\dots\dots (2)$$

(2)  $x - 2 > 0$

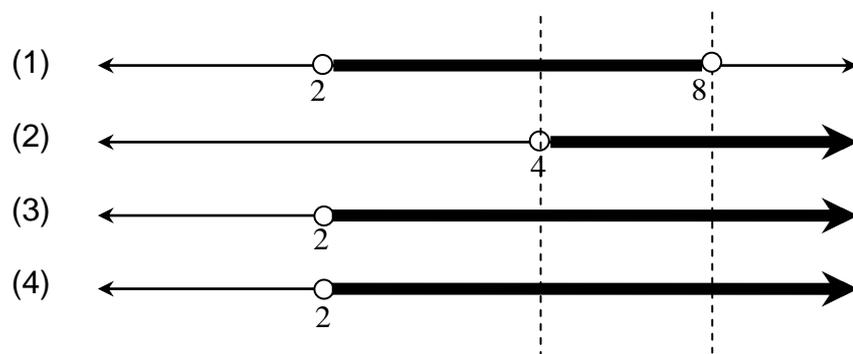
$$x > 2 \dots\dots\dots (3)$$

(3)  $4x - 8 > 0$

$$4x > 8$$

$$x > 2 \dots\dots\dots (4)$$

Dari (1), (2), (3) dan (4)



Jadi  $H = \{ 4 < x < 8 \}$

04. Tentukanlah interval penyelesaian dari  $2 \cdot {}^{1/2}\log(x-5) \leq {}^{1/2}\log(x^2 - 8x + 7)$

Jawab

$$2 \cdot {}^{1/2}\log(x-5) \leq {}^{1/2}\log(x^2 - 8x + 7)$$

$${}^{1/2}\log(x-5)^2 \leq {}^{1/2}\log(x^2 - 8x + 7)$$

$${}^{1/2}\log(x^2 - 10x + 25) \leq {}^{1/2}\log(x^2 - 8x + 7)$$

Maka :  $x^2 - 10x + 25 \geq x^2 - 8x + 7$

$$-10x + 8x \geq -25 + 7$$

$$-2x \geq -18$$

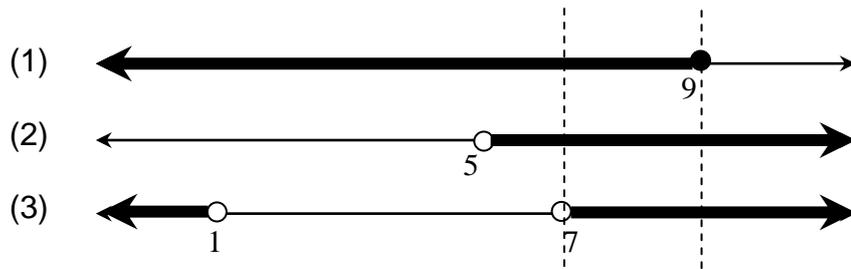
$$x \leq 9 \dots\dots\dots (1)$$

Syarat :

(1)  $x - 5 > 0$   
 $x > 5$  ..... (2)

(2)  $x^2 - 8x + 7 > 0$   
 $(x - 7)(x - 1) > 0$   
 $x < 1$  atau  $x > 7$  ..... (3)

Dari (1), (2) dan (3)



Jadi  $H = \{ 7 < x \leq 9 \}$