

PERTIDAKSAMAAN SATU VARIABEL

B. Pertidaksamaan Irrasioanal

Yang dimaksud dengan pertidaksamaan irrasional adalah pertidaksamaan yang memuat bentuk akar. Namun dalam hal ini pembahasan akan dibatasi pada akar bentuk linier $\sqrt{ax + b}$ dan akar bentuk kuadrat $\sqrt{ax^2 + bx + c}$.

Pertidaksamaan Irrasioanal bentuk ini diselesaikan dengan cara mengkuadratkan kedua ruas pertidaksamaan. Namun proses ini akan mengubah nilai di kedua ruasnya, sehingga interval yang didapat harus diberi syarat. Dengan ketentuan sebagai berikut :

1. $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$ syaratnya : $f(x) \geq 0$ dan $g(x) \geq 0$
2. $\sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)}$ syaratnya : $f(x) \geq 0$ dan $g(x) \geq 0$
3. $\sqrt{f(x)} > g(x)$ syaratnya : $f(x) \geq 0$
4. $\sqrt{f(x)} < g(x)$ syaratnya : $f(x) \geq 0$ dan $g(x) \geq 0$

Untuk memahami penyelesaian pertidaksamaan Irrasioanal bentuk akar ini, ikutilah contoh-contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan berikut ini :

(a) $\sqrt{3x-9} \leq 6$

(b) $\sqrt{6-2x} > 4$

Jawab

(a) $\sqrt{3x-9} \leq 6$

$$3x - 9 \leq 36$$

$$3x \leq 45$$

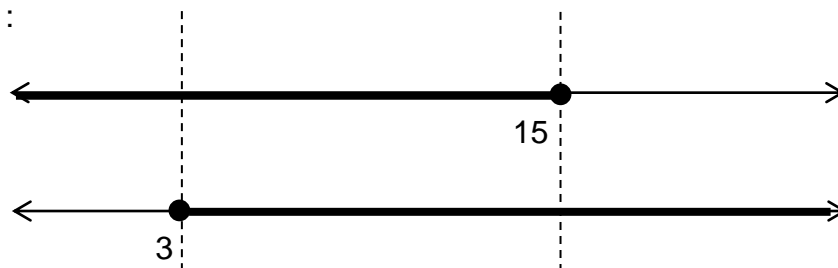
$$x \leq 15 \dots\dots\dots (1)$$

Syarat : $3x - 9 \geq 0$

$$3x \geq 9$$

$$x \geq 3 \dots\dots\dots (2)$$

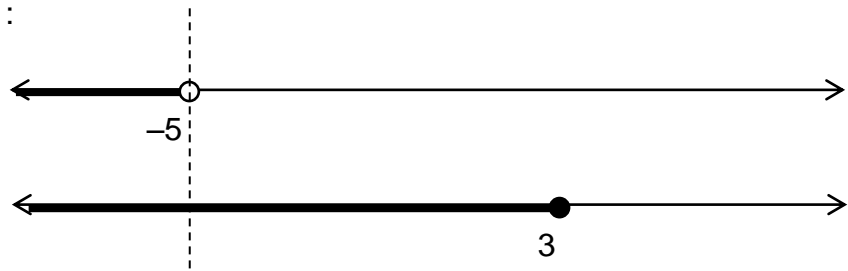
Sehingga :



Jadi interval penyelesaiannya: $3 \leq x \leq 15$

(b) $\sqrt{6-2x} > 16$
 $6 - 2x > 16$
 $-2x > 10$
 $x < -5$ (1)
 Syarat : $6 - 2x \geq 0$
 $-2x \geq -6$
 $x \leq 3$ (2)

Sehingga :



Jadi interval penyelesaiannya: $x < -5$

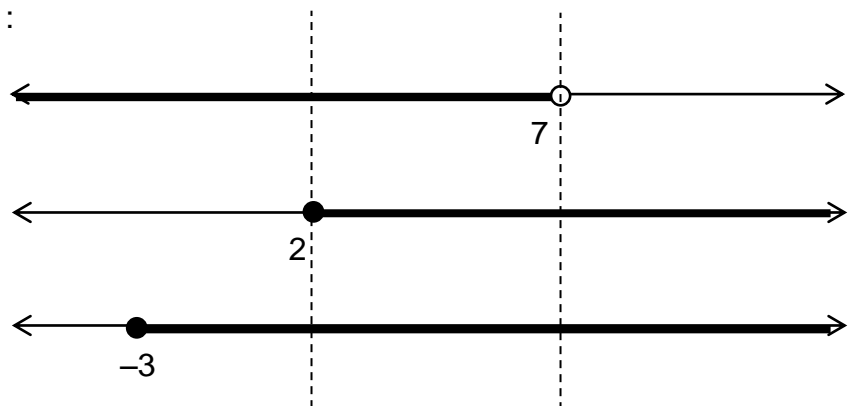
02. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan berikut ini :

(a) $\sqrt{4x-8} < \sqrt{2x+6}$ (b) $\sqrt{4-2x} < \sqrt{3x+24}$

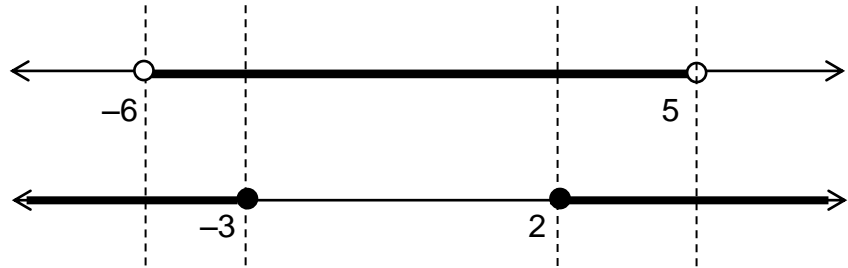
Jawab

(a) $\sqrt{4x-8} < \sqrt{2x+6}$
 $4x - 8 < 2x + 6$
 $2x < 14$
 $x < 7$ (1)
 Syarat : $4x - 8 \geq 0$
 $4x \geq 8$
 $x \geq 2$ (2)
 Syarat : $2x + 6 \geq 0$
 $2x \geq -6$
 $x \geq -3$ (3)

Sehingga :



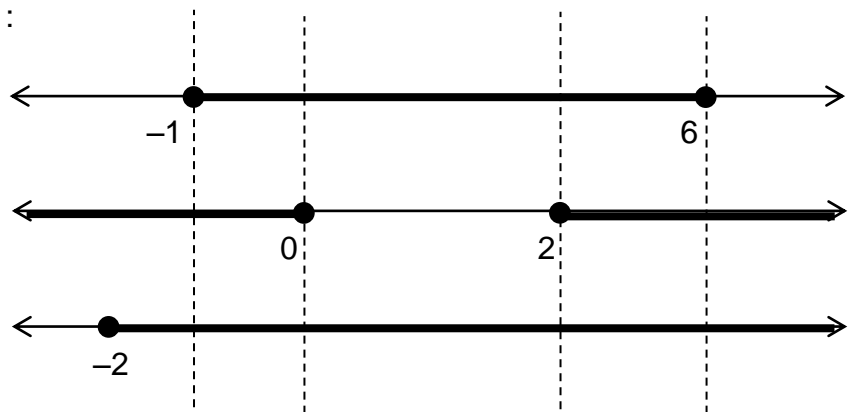
Jadi interval penyelesaiannya: $2 \leq x < 7$



Jadi interval penyelesaiannya: $-6 < x \leq -3$ atau $2 \leq x < 5$

(b) $\sqrt{x^2 - 2x} \leq \sqrt{3x + 6}$
 $x^2 - 2x \leq 3x + 6$
 $x^2 - 5x - 6 \leq 0$
 $(x + 1)(x - 6) \leq 0$
 $x_1 = -1$ dan $x_2 = 6$
 $-1 \leq x \leq 6$ (1)
 Syarat : $x^2 - 2x \geq 0$
 $x(x - 2) \geq 0$
 $x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$
 $x \leq 0$ atau $x \geq 2$ (2)
 Syarat : $3x + 6 \geq 0$
 $3x \geq -6$
 $x \geq -2$ (3)

Sehingga :



Jadi interval penyelesaiannya: $-1 \leq x \leq 0$ atau $2 < x < 6$

04. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan $\sqrt{x^2 - 9} > \sqrt{x^2 + 4x - 5}$

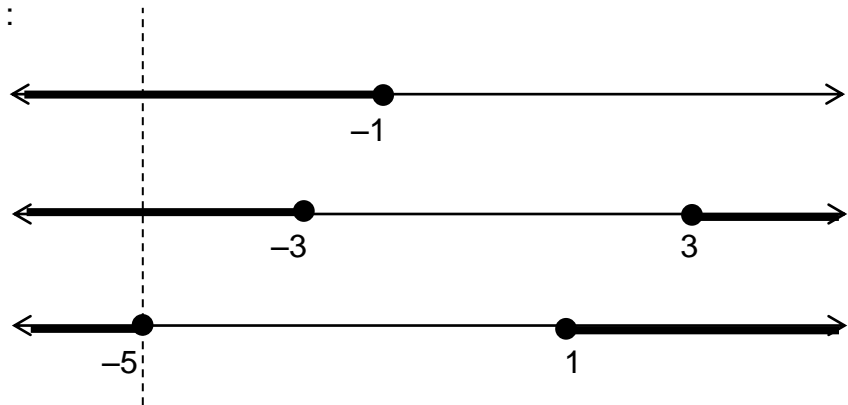
Jawab

$\sqrt{x^2 - 9} > \sqrt{x^2 + 4x - 5}$
 $x^2 - 9 > x^2 + 4x - 5$
 $4x < -4$
 $x < -1$ (1)

Syarat : $x^2 - 9 \geq 0$
 $(x - 3)(x + 3) \geq 0$
 $x_1 = 3$ dan $x_2 = -3$
 $x \leq -3$ atau $x \geq 3$ (2)

Syarat : $x^2 + 4x - 5 \geq 0$
 $(x + 5)(x - 1) \geq 0$
 $x \leq -5$ atau $x \geq 1$ (3)

Sehingga :



Jadi interval penyelesaiannya: $x \leq -5$

05. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan $\sqrt{3x+1} \geq x-3$

Jawab

$$\sqrt{3x+1} \geq x-3$$

$$(\sqrt{3x+1})^2 \geq (x-3)^2$$

$$3x+1 \geq x^2-6x+9$$

$$x^2-9x+8 \leq 0$$

$$(x-8)(x-1) \leq 0$$

$$x_1 = 8 \text{ dan } x_2 = 1$$

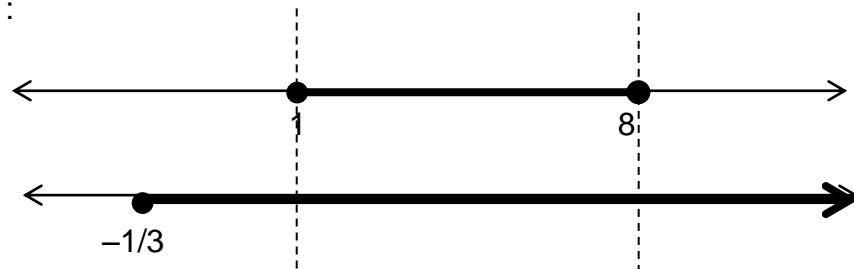
$$1 \leq x \leq 8 \text{ (1)}$$

Syarat : $3x + 1 \geq 0$

$$3x \geq -1$$

$$x \geq -1/3 \text{ (2)}$$

Sehingga :



Jadi interval penyelesaiannya: $1 \leq x \leq 8$

06. Tentukanlah interval penyelesaian pertidaksamaan $\sqrt{4-x^2} < x+2$

Jawab

$$\sqrt{4-x^2} < x+2$$

$$\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2 < (x+2)^2$$

$$4-x^2 < x^2+4x+4$$

$$2x^2+4x > 0$$

$$x^2+2x > 0$$

$$x(x+2) > 0$$

$$x_1 = -2 \text{ dan } x_2 = 0$$

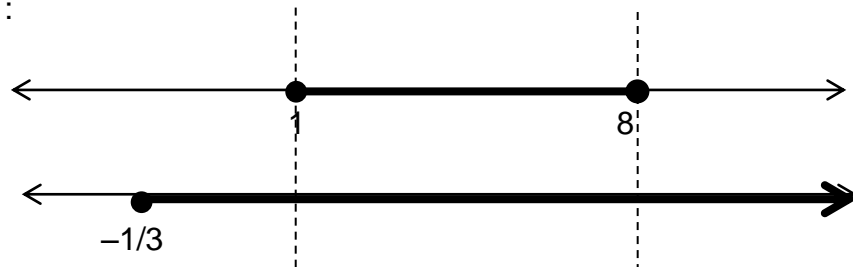
$$x \leq -2 \text{ atau } x \geq 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{Syarat : } 4-x^2 \geq 0$$

$$(2-x)(2+x) \geq 0$$

$$x \leq -2 \text{ atau } x \geq 2 \dots\dots\dots (2)$$

Sehingga :



Jadi interval penyelesaiannya: $1 \leq x \leq 8$