

PERSAMAAN DAN FUNGSI EKSPONEN SERTA LOGARITMA

E. Pertidaksamaan Eksponen

Pertidaksamaan eksponen adalah suatu pertidaksamaan yang didalamnya memuat bentuk eksponen. $a^{f(x)}$

Terdapat beberapa aturan dalam pertidaksamaan, yaitu :

- (1) Tanda/notasi suatu pertidaksamaan akan berubah jika perkalian atau pembagian suatu bilangan negatif dilakukan pada kedua ruas pertidaksamaan
- (2) Tanda/notasi suatu pertidaksamaan akan berubah jika kedua ruas bertukar tempat

Terdapat dua macam sifat yang dipakai dalam menyelesaikan pertidaksamaan eksponen, yaitu :

- (1) Sifat fungsi monoton naik

Jika $a > 1$ dan $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ maka $f(x) \geq g(x)$

Jika $a > 1$ dan $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ maka $f(x) \leq g(x)$

- (2) Sifat fungsi monoton turun

Jika $0 < a < 1$ dan $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ maka $f(x) \leq g(x)$

Jika $0 < a < 1$ dan $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ maka $f(x) \geq g(x)$

Untuk lebih jelasnya, ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah interval penyelesaian dari $3^{3x-21} < 27^{2x+5}$

Jawab

$$3^{3x-21} < 27^{2x+5}$$

$$3^{3x-21} < (3^3)^{2x+5}$$

$$3^{3x-21} < 3^{6x+15}$$

$$\text{Maka } 3x - 21 < 6x + 15$$

$$3x - 6x < 21 + 15$$

$$-3x < 36$$

$$x > -12$$

02. Tentukanlah interval penyelesaian dari $\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-5x-20} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2+3x-20}$

Jawab

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-5x-20} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2+3x-20}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-5x-20} \geq \left(\left[\frac{2}{5}\right]^{-1}\right)^{x^2+3x-20}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-5x-20} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-x^2-3x+20}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } x^2 - 5x - 20 &\leq -x^2 - 3x + 20 \\ x^2 - 5x - 20 + x^2 + 3x - 20 &\leq 0 \\ 2x^2 - 2x - 40 &\leq 0 \\ x^2 - x - 20 &\leq 0 \\ (x - 5)(x + 4) &\leq 0 \\ x = -4 \text{ atau } x = 5 \end{aligned}$$

Jadi $-4 \leq x \leq 5$

03. Tentukanlah interval penyelesaian dari $\frac{3^{4x-2}}{9^{3x+1}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-14}$

Jawab

$$\frac{3^{4x-2}}{9^{3x+1}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-14}$$

$$\frac{3^{4x-2}}{(3^2)^{3x+1}} > \left(3^{-1}\right)^{x-14}$$

$$\frac{3^{4x-2}}{3^{6x+2}} > 3^{-x+14}$$

$$3^{(4x-2)-(6x+2)} > 3^{-x+14}$$

$$3^{4x-2-6x-2} > 3^{-x+14}$$

$$3^{-2x-4} > 3^{-x+14}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } -2x - 4 &> -x + 14 \\ -2x + x &> 4 + 14 \\ -x &> 18 \\ x &< -18 \end{aligned}$$