

TURUNAN FUNGSI ALJABAR

C. Persamaan Garis Singgung Kurva

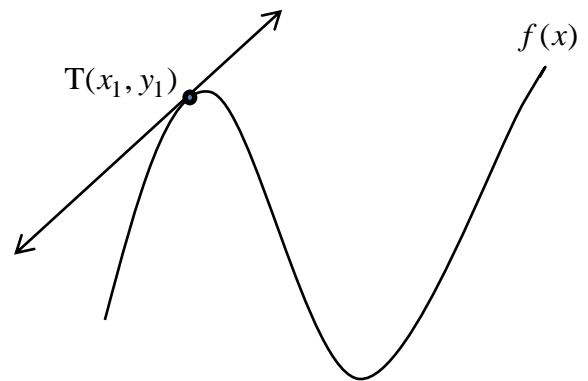
Persamaan garis singgung kurva $y = f(x)$

dititik $T(x_1, y_1)$ dirumuskan sebagai

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

dimana $m = f'(x_1)$.

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini



01. Tentukan gradien garis singgung kurva $f(x) = 5x^2 - 8x + 4$ di titik $T(2, 8)$

Jawab

Titik singgung di $T(2, 8)$, maka $x_1 = 2$

Maka $m = f'(x_1)$

$$m = 10x_1 - 8$$

$$m = 10(2) - 8$$

$$m = 12$$

02. Tentukan persamaan garis singgung kurva $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x + 11$ di titik $T(3, -4)$

Jawab

Titik singgung di $T(3, -4)$, maka $x_1 = 3$ dan $y_1 = -4$, sehingga

$$m = f'(x_1)$$

$$m = 3x_1^2 - 12x_1 + 4$$

$$m = 3(3)^2 - 12(3) + 4$$

$$m = 27 - 36 + 4$$

$$m = -5$$

$$\text{Jadi } y - (-4) = -5(x - 3)$$

$$y + 4 = -5x + 15$$

$$y = -5x + 15 - 4$$

$$y = -5x + 11$$

03. Tentukanlah persamaan garis singgung kurva $f(x) = 2x^3 - 4x^2$ di titik berabsis 2

Jawab

Diketahui $x_1 = 2$ maka $y_1 = 2(2)^3 - 4(2)^2 = 16 - 16 = 0$ sehingga

$$m = f'(x_1)$$

$$m = 6x_1^2 - 8x_1$$

$$m = 6(2)^2 - 8(2)$$

$$m = 24 - 16$$

$$m = 8$$

$$\text{Jadi } y - 0 = 8(x - 2)$$

$$y = 8x - 16$$

04. Tentukanlah persamaan garis singgung kurva $y = x^2 - 5x + 6$ jika gradien garis singgungnya adalah 3

Jawab

$$\text{Diketahui } f(x) = x^2 - 5x + 6.$$

$$\text{Jika } m = 3 \text{ maka } m = f'(x_1) = 2x_1 - 5$$

$$3 = 2x_1 - 5$$

$$8 = 2x_1 \quad \text{Jadi } x_1 = 4$$

$$y_1 = (4)^2 - 5(4) + 6 = 16 - 20 + 6 = 2$$

$$\text{Sehingga } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = 3(x - 4)$$

$$y - 2 = 3x - 12$$

$$y = 3x - 12 + 2$$

$$y = 3x - 10$$

05. Tentukanlah persamaan garis singgung kurva $y = x^3 - 3x^2 - 5x + 10$ jika gradien garis singgungnya adalah 4

Jawab

$$\text{Diketahui } f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10.$$

$$\text{Jika } m = 4 \text{ maka } m = f'(x_1) = 3x_1^2 - 6x_1 - 5$$

$$4 = 3x_1^2 - 6x_1 - 5$$

$$0 = 3x_1^2 - 6x_1 - 9$$

$$0 = x_1^2 - 2x_1 - 3$$

$$0 = (x_1 - 3)(x_2 + 2) \quad \text{Jadi } x_1 = 3 \text{ atau } x_2 = -2$$

$$y_1 = (3)^3 - 3(3)^2 - 5(3) + 10 = 27 - 27 - 15 + 10 = -5$$

$$y_2 = (-2)^3 - 3(-2)^2 - 5(-2) + 10 = -8 - 12 + 10 + 10 = 0$$

Sehingga terdapat dua garis singgung, yakni :

$$(1) \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-5) = 4(x - 3)$$

$$y = 4x - 17$$

$$(2) \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = 4(x - (-2))$$

$$y = 4x + 8$$

06. Tentukan persamaan garis singgung kurva $y = x^2 - 6x + 2$ dititik yang berordinat -3

Jawab

$$\text{Diketahui } y = -3, \text{ maka } -3 = x^2 - 6x + 2$$

$$0 = x^2 - 6x + 5$$

$$0 = (x - 5)(x - 1)$$

$$x_1 = 5 \text{ atau } x_2 = 1$$

Gradiennya : $f'(x) = 2x - 6$

$$m_1 = 2(5) - 6 = 4$$

$$m_2 = 2(1) - 6 = -4$$

Sehingga terdapat dua garis singgung, yakni :

$$(1) y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-3) = 4(x - 5)$$

$$y + 3 = 4x - 20$$

$$y = 4x - 23$$

$$(2) y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-3) = -4(x - 1)$$

$$y + 3 = -4x + 4$$

$$y = -4x + 1$$