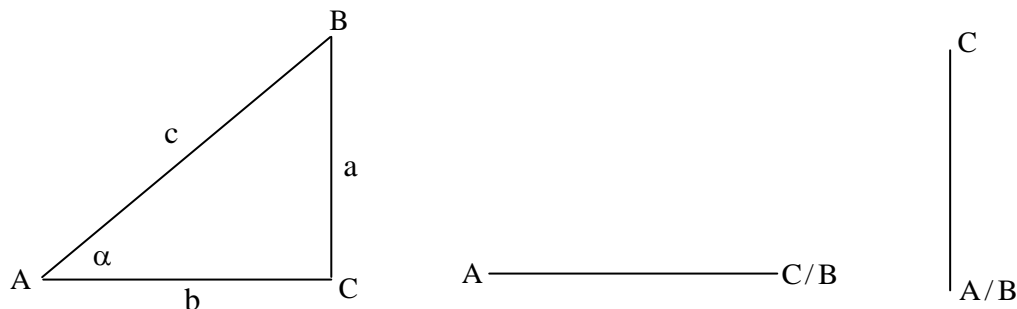


PERBANDINGAN DAN FUNGSI TRIGONOMETRI

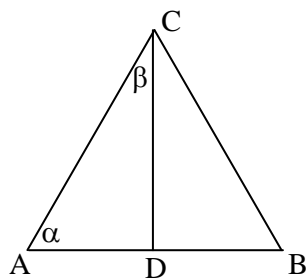
C. Perbandingan Trigonometri Sudut-sudut Istimewa

Yang dimaksud dengan sudut istimewa adalah sudut-sudut 0° , 30° , 45° , 60° dan 90° . Sudut-sudut tersebut dikatakan istimewa karena mempunyai nilai perbandingan trigonometri yang spesifik, yakni sebagai berikut :



Jika $\alpha = 0^{\circ}$, maka segitiga ABC menjadi sebuah garis horizontal karena sisi AB dan AC berimpit, sehingga $\sin 0^{\circ} = \frac{0}{c} = 0$, $\cos 0^{\circ} = \frac{c}{c} = 1$ dan $\tan 0^{\circ} = \frac{0}{c} = 0$

Jika $\alpha = 90^{\circ}$, maka segitiga ABC menjadi sebuah garis vertikal karena sisi AB dan CB berimpit, sehingga $\sin 90^{\circ} = \frac{c}{c} = 1$, $\cos 90^{\circ} = \frac{0}{c} = 0$ dan $\tan 90^{\circ} = \frac{c}{0} = \infty$



Misalkan segitiga ABC disamping adalah segitiga samasisi. Maka sudut $\alpha = 60^{\circ}$ dan sudut $\beta = 30^{\circ}$.

Jika sisi segitiga ABC itu s cm, maka diperoleh :

$$AC = s \text{ cm} \quad \text{dan} \quad AD = \frac{1}{2} s \text{ cm}$$

$$\text{Sehingga } CD = \sqrt{s^2 - \left[\frac{1}{2}s\right]^2} = \sqrt{\frac{4s^2}{4} - \frac{s^2}{4}} = \sqrt{\frac{3s^2}{4}} = \frac{s\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

Dari sini didapat :

$$\sin \alpha = \frac{CD}{AC} \quad \text{maka} \quad \sin 60^{\circ} = \frac{s\sqrt{3}/2}{s} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

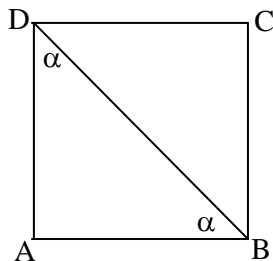
$$\cos \alpha = \frac{AD}{AC} \quad \text{maka} \quad \cos 60^{\circ} = \frac{s/2}{s} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{CD}{AD} \quad \text{maka} \quad \tan 60^{\circ} = \frac{s\sqrt{3}/2}{s/2} = \sqrt{3}$$

$$\sin \beta = \frac{AD}{AC} \quad \text{maka} \quad \sin 30^0 = \frac{s/2}{s} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{CD}{AC} \quad \text{maka} \quad \cos 30^0 = \frac{s\sqrt{3}/2}{s} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\tan \beta = \frac{AD}{CD} \quad \text{maka} \quad \tan 30^0 = \frac{s/2}{s\sqrt{3}/2} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$



Misalkan ABCD adalah persegi, sehingga segitiga ABD adalah segitiga siku-siku sama kaki dan sudut $\alpha = 45^0$

Jika sisi persegi ABCD itu s cm, maka diperoleh :

$$AB = s \text{ cm}$$

$$AD = s \text{ cm}$$

$$BD = \sqrt{s^2 + s^2} = \sqrt{2s^2} = s\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Dari sini didapat : } \sin \alpha = \frac{AD}{BD} \quad \text{maka} \quad \sin 45^0 = \frac{s}{s\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BD} \quad \text{maka} \quad \cos 45^0 = \frac{s}{s\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{AD}{AB} \quad \text{maka} \quad \tan 45^0 = \frac{s}{s} = 1$$

Nilai-nilai perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut istimewa tersebut selengkapnya terangkum dalam tabel berikut ini :

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

Untuk lebih jelasnya, ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah nilai dari :

(a) $6 \cdot \sin 60^0 + 8 \cos 30^0 - 2 \tan 60^0$

(b) $12 \cdot \sin 30^0 \cdot \cos 30^0 \cdot \tan 45^0$

(c) $\frac{\sin^2 60^0 - \cos^2 60^0}{2 \sin 30^0 \tan 60^0}$

Jawab

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad 6 \cdot \sin 60^\circ + 8 \cos 30^\circ - 2 \tan 60^\circ &= 6 \cdot \left(\frac{1}{2} \sqrt{3}\right) + 8 \left(\frac{1}{2} \sqrt{3}\right) - 2(\sqrt{3}) \\
 &= 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\
 &= 5\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad 12 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \tan 45^\circ &= 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \sqrt{3}\right) \cdot (1) \\
 &= 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad \frac{\sin^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ}{2 \sin 30^\circ \tan 60^\circ} &= \frac{\left(\frac{1}{2} \sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{3}\right) (\sqrt{3})} \\
 &= \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{3} \\
 &= \frac{1/2}{3} \\
 &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

02. Tentukanlah nilai dari :

(a) $\sec 30^\circ$

(b) $\csc 45^\circ$

(c) $\cot 60^\circ$

Jawab

(a) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Maka $\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\sec 30^\circ = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

(b) $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Maka $\csc 45^\circ = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$$\csc 45^\circ = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\csc 45^\circ = \sqrt{2}$$

(c) $\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1}$ Maka $\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

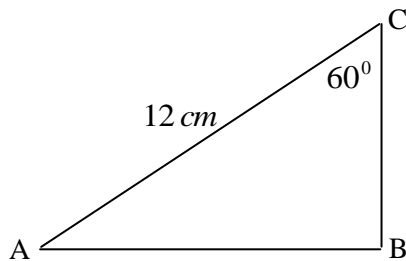
$$\cot 60^\circ = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

03. Diketahui segitiga ABC siku-siku di B dan besar sudut C adalah 60° . Jika panjang AC = 12 cm, maka tentukanlah panjang :

(a) AB

(b) BC

Jawab



$$(a) \sin 60^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{12}$$

$$AB = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

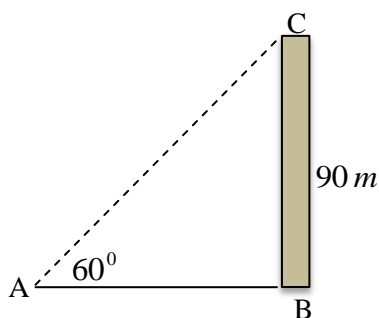
$$(b) \cos 60^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{BC}{12}$$

$$BC = 6 \text{ cm}$$

04. Seseorang melihat puncak menara dari suatu tempat dengan sudut elevasi 60° . Jika diketahui tinggi menara adalah 90 m maka tentukanlah jarak orang tersebut ke kaki menara (tinggi orang diabaikan)

Jawab



posisi orang adalah A

Jarak orang ke menara = AB

$$\text{Maka : } \tan 60^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{90}{AB}$$

$$AB = \frac{90}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

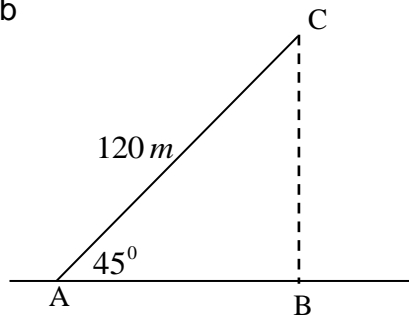
$$AB = \frac{90\sqrt{3}}{3}$$

$$AB = 30\sqrt{3} \text{ m}$$

Jadi jarak orang tersebut ke kaki menara = $30\sqrt{3} \text{ m}$

05. Seorang anak menaikkan layang-layang di sebuah lapangan. Jika sudut yang dibentuk oleh benang layang-layang dengan arah mendatar adalah 45° , sedangkan panjang benang tadi 120 m maka tentukanlah tinggi layang-layang tersebut (Tinggi anak diabaikan)

Jawab



A adalah posisi posisi anak
C adalah posisi layang-layang

$$\text{Maka : } \sin 45^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BC}{120}$$

$$BC = 120 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$BC = 60\sqrt{2} \text{ m} \quad \text{Jadi tinggi layang-layang} = 60\sqrt{2} \text{ m}$$