

M A T R I K S

A. Mengenal Matriks

Matriks adalah kelompok bilangan yang disusun dalam suatu jaajaran berbentuk persegi atau persegi panjang yang terdiri atas baris-baris atau kolom-kolom

Pada awalnya matriks dimaksudkan sebagai bentuk lain dari penulisan data-data sebuah tabel.

Sebagai contoh diberikan sebuah tabel ketidakhadiran tiga orang siswa pada belajar tambahan selama tiga hari (Senin, Selasa, Rabu), yakni sebagai berikut

	Senin	Selasa	Rabu
Amir	3	2	1
Budi	2	0	5
Wati	2	1	1

Diubah menjadi matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Sehingga bentuk umum matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \dots a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Baris dari suatu matriks adalah elemen-elemen yang disusun mendatar

Kolom dari suatu matriks adalah elemen-elemen yang disusun tegak

Ordo atau ukuran dari suatu matriks A ditentukan oleh banyaknya baris (m baris) dan banyaknya kolom (n kolom) dan ditulis $A_{m \times n}$

Terdapat beberapa jenis matriks, yaitu :

(1) Matriks baris yaitu matriks yang terdiri dari satu baris saja

Contoh :

$$A = [3 \quad 5 \quad -4 \quad 0] \quad \text{Matriksa A berordo } (1 \times 4)$$

$$B = [0 \quad 1 \quad 3] \quad \text{Matriksa B berordo } (1 \times 3)$$

(2) Matriks kolom yaitu matriks yang terdiri dari satu kolom saja

$$\text{Contoh : } B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{Matriksa A berordo } (3 \times 1)$$

- (3) Matriks persegi yaitu matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom .

Contoh $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \end{bmatrix}$. Matriks A berordo (3 x 3), atau matriks berordo 3

Pada matriks persegi terdapat diagonal utama yaitu elemen-elemen yang terletak pada garis hubung a_{1n} dan a_{nn} . Untuk matriks A di atas unsur-unsur diagonal utamanya adalah 2, -1, 6 Sedangkan diagonal samping adalah elemen-elemen yang terletak pada garis hubung a_{1n} dan a_{n1} . Pada matriks A di atas, unsur-unsur diagonal samping adalah 4, -1, 0

- (4) Matriks segitiga atas adalah matriks persegi dengan elemen-elemen yang berada di atas diagonal utama semuanya bernilai nol. Matriks segitiga bawah adalah matriks persegi dengan elemen-elemen yang berada dibawah diagonal utama semuanya bernilai nol.

Contoh $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 7 & 6 \end{bmatrix}$. $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

Pada contoh di atas, A adalah matriks segitiga atas dan B adalah matriks segitiga bawah

- (5) Matriks diagonal adalah matriks persegi yang elemen-elemennya semuanya bernilai nol kecuali elemen-elemen pada diagonal utama.

Contoh $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

- (6) Matriks identitas adalah matriks diagonal yang elemen-elemen pada diagonal utama semuanya bernilai 1, matriks ini biasa dilambangkan dengan I

Contoh $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- (7) Matriks datar adalah matriks yang banyaknya baris lebih besar daripada banyaknya kolom sedangkan matriks tegak adalah matriks yang banyaknya kolom lebih besar daripada banyaknya baris

Contoh $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

Pada contoh di atas, A adalah matriks datar dan B adalah matriks tegak

Transpos dari matriks $A_{m \times n}$ adalah sebuah matriks A^t berordo $n \times m$ yang didapat dengan cara mengubah elemen baris menjadi kolom atau sebaliknya.

Sebagai contoh matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ transpose-nya adalah $A^t = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Jika suatu matriks sama dengan transposnya, maka dikatakan matriks itu simetris atau setangkup.

Selanjutnya matriks A dan B dikatakan sama ($A = B$) jika dan hanya jika ordonya sama dan elemen-elemen yang seletak nilainya sama.

Sebagai contoh, terdapat empat matriks sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 6/3 & 0 \\ 5-8 & 3^2 \end{bmatrix}$$

Matriks A dan B tidak sama, walaupun ordonya dan unsur-unsurnya sama (tetapi tidak seletak)

Matriks A dan C sama, ditulis $A = C$, karena ordonya sama dan elemen-elemen yang seletak nilainya sama.

Berikut ini akan diuraikan beberapa contoh soal disertai uraian jawaban, untuk lebih memahami konsep-konsep dasar matriks

01. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

- (a) Tentukanlah ordo matriks A
- (b) Sebutkan unsur-unsur matriks baris ke 1
- (c) Sebutkan unsur-unsur matriks kolom ke 2

Jawab

- (a) Matriks A berordo (2 x 3)
- (b) Unsur-unsur matriks baris ke-1 adalah 2, 3 dan 1
- (c) Unsur-unsur matriks kolom ke-2 adalah 3 dan 0

02. Tentukanlah transpose matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

Jawab

$$A^t = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

03. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} r & 7 \\ 2p-3 & 2r \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2q & p+3q \\ 5 & 2r \end{bmatrix}$. Jika $A = B$ maka

tentukanlah nilai r

Jawab

$$A = B$$

$$\begin{bmatrix} r & 7 \\ 2p-3 & 2r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2q & p+3q \\ 5 & 2r \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka : } 2p - 3 = 5 &\longrightarrow 2p = 8 \longrightarrow p = 4 \\ 7 = p + 3q &\longrightarrow 7 = 4 + 3q \longrightarrow 3 = 3q \longrightarrow q = 1 \\ r = 2q &\longrightarrow r = 2(1) \longrightarrow r = 2 \end{aligned}$$

Jadi nilai $r = 2$

04. Dikethui matriks $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & b \\ 1 & 4 & d \\ 0 & 2b & 6c \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 6 \\ 3c & d & 4d \end{bmatrix}$. Jika $A = B^t$ maka

tentukanlah elemen matriks A baris ke dua kolom ke 3

Jawab

$$A = B^t$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & b \\ 1 & 4 & d \\ 0 & 2b & 6c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3c \\ 1 & 4 & d \\ 0 & 6 & 4d \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka : } 2b = 6 &\longrightarrow b = 3 \\ b = 3c &\longrightarrow 3 = 3c \longrightarrow c = 1 \\ 6c = 4d &\longrightarrow 6(1) = 4d \longrightarrow d = 6/4 = 3/2 \end{aligned}$$

Jadi nilai elemen matriks A baris ke dua kolom ke 3 adalah $d = 3/2$