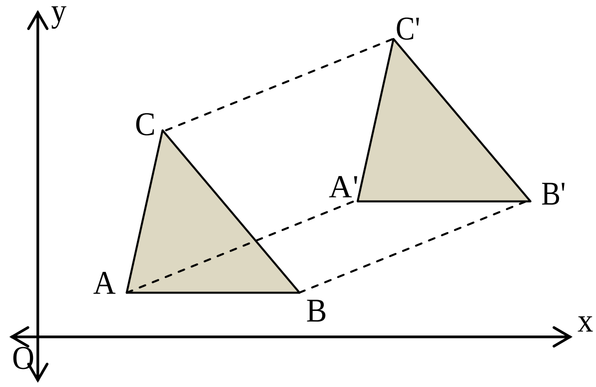
TRANSFORMASI

A. Macam-Macam Transformasi

1. Transformasi Pergeseran (Translasi)

Segitiga ABC pada gambar di samping digeser menjadi segitiga A'B'C'. Artinya setiap titik pada segitiga ABC tersebut digeser dengan jarak dan arah yang tetap sehingga diperoleh segitiga A'B'C'.



Transformasi yang berciri demikian dinamakan ***pergeseran*** atau ***translasi***.

Sebuah titik P(x,y) digeser sejauh T = $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ maka akan diperoleh bayangan P'(x',y'),

dan dirumuskan $x' = x + a$
$y' = y + b$

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

Untuk pemantapan lebih lanjut, ikutilah contoh soal berikut ini

01. Diketahui dua titik A(–2, 3) dan B(5, 1). Tentukanlah bayangan ruas garis AB jika ditranslasikan sejauh T = $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ dan gambarkan

Jawab

A(–2, 3) $\longrightarrow$ A'(–2 + 3, 3 + 4) $\longrightarrow$ A'(1, 7)
B(5, 1) $\longrightarrow$ B'(5 + 3, 1 + 4) $\longrightarrow$ B'(8, 5)

Atau dengan matriks

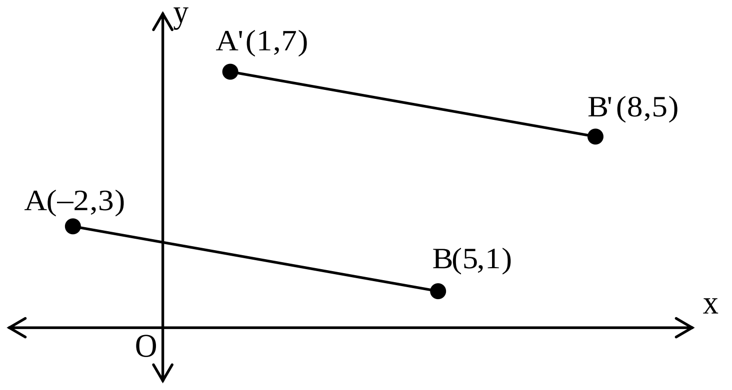
Titik A : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}$

Titik B : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$

Translasi diatas dapat digambarkan sebagai berikut :



02. Diketahui titik A(3, -5) digeser sehingga diperoleh bayangan A'(7, 2). Dengan translasi yang sama titik B(-4, -8) akan bergeser menjadi B'. Tentukan koordinat B'

Jawab

Titik A : $\begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

Titik B : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

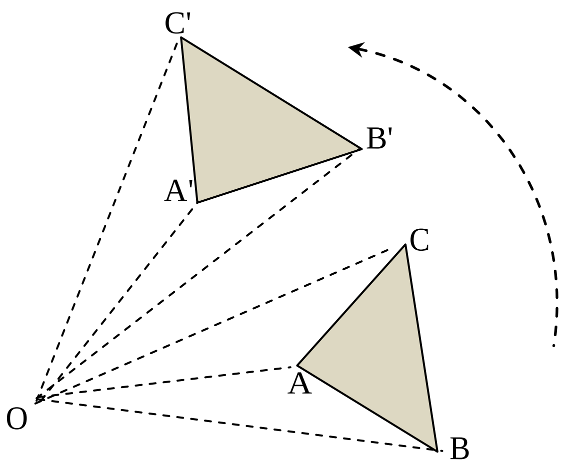
$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Jadi koordinat titik B'(0, –1)

2. Transformasi Perputaran (Rotasi)

Segitiga ABC pada gambar berikut ini diputar dengan pusat putaran di O(0, 0) dan sudut putar sejauh α , sehingga menjadi segitiga A'B'C'. Artinya setiap titik pada segitiga ABC tersebut diputar denganpusat dan sudut putar yang tetap sehingga diperoleh segitiga A'B'C'.



Transformasi yang berciri demikian dinamakan ***perputaran*** atau ***rotasi***.

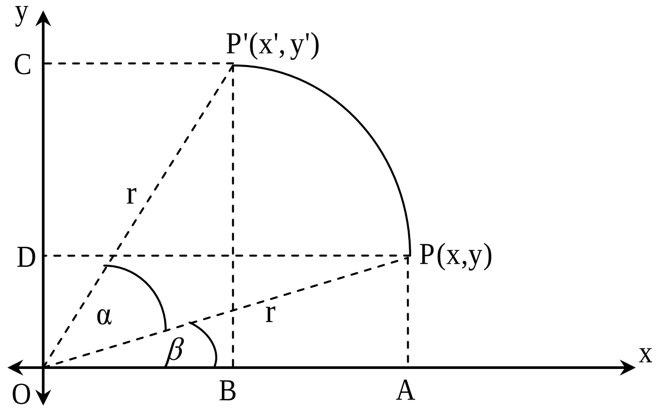
Untuk α positif, maka perputarannya berlawanan arah jarum jam. Sedangkan untuk α negatif, maka perputarannya searah jarum jam

Sebuah titik P(x,y) diputar dengan pusat O(0, 0) sejauh α akan diperoleh bayangan P'(x',y') dimana : $x' = x.\cos\alpha - y.\sin\alpha$

$y' = x.\sin\alpha + y.\cos\alpha$

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Bukti:



Didalam segitiga OAP diperoleh hubungan : OA = OP cos β atau $x = r.\cos\beta$

AP = OP sin β atau $y = r.\sin\beta$

Di dalam segitiga OBP diperoleh hubungan

(i) OB = OP cos $(\beta + \alpha)$

$x' = r.\cos(\beta + \alpha)$

$x' = r\cos\beta \,.\, \cos\alpha - r\sin\beta \,.\, \sin\alpha$

$x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha$

(ii) BP = OP sin $(\beta + \alpha)$

$y' = r.\sin(\beta + \alpha)$

$y' = r\sin\beta \,.\, \cos\alpha + r\cos\beta \,.\, \sin\alpha$

$y' = y\cos\alpha + x\sin\alpha$

Walaupun rumus di atas diturunkan dengan mengambil α sudut positip, tetapi dapat ditunjukkan bahwa berlaku untuk semua α (α positip atau α negatif)

Jika pusat putaran di A(h, k) dan sudut putaran sejauh α , maka rumus menentukan bayangannya dapat diturunkan dengan menggeser titik pusat O(0, 0) sejauh $\begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix}$

Sehingga jika titik P(x,y) diputar dengan pusat A(h, k) sejauh α akan diperoleh bayangan P'(x',y') dimana : $x' - h = (x - h)\cos\alpha - (y - k)\sin\alpha$

$y' - k = (x - h)\sin\alpha + (y - k)\cos\alpha$

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - h \\ y - k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix}$

Untuk pemantapan lebih lanjut, ikutilah contoh soal berikut ini

03. Tentukanlah bayangan titik A(6, –4) jika diputar sejauh 135^0 dengan pusat O(0, 0).

Jawab

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 135^0 & -\sin 135^0 \\ \sin 135^0 & \cos 135^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ 5\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Jadi titik A'($-\sqrt{2}$, 5 $\sqrt{2}$)

04. Diketahui segitiga ABC dimana titik A(6, 2), B(1, 3) dan C(4, 6) diputar sejauh 90^0 dengan pusat O(0, 0). Tentukanlah koordinat titik bayangan segitiga tersebut

Jawab

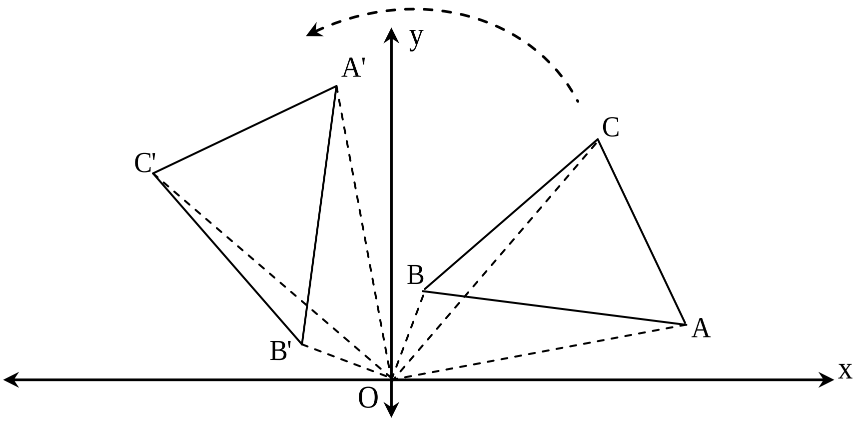
$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 90^0 & -\sin 90^0 \\ \sin 90^0 & \cos 90^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -6 \\ 6 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Jadi titiknya A'(–2, 6) , B'(–3, 1) dan C'(–6, 4)

Gambarnya



05. Sebuah titik A(x, y) dirotasikan dengan pusat O(0, 0) sejauh 45^0, sehingga diperoleh bayangan A'($2\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$). Tentukanlah koordinat titik A

Jawab

Bayangan titik A(x, y) adalah A'($2\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$) dengan α = 45^0

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{2} \\ 6\sqrt{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45^0 & -\sin 45^0 \\ \sin 45^0 & \cos 45^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{2} \\ 6\sqrt{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{2}.\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$2.\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{(1)(1)-(-1)(1)} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4+12 \\ -4+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$ Jadi A(8, 4)

06. Tentukan bayangan titik P(4, $-6\sqrt{3}$) jika diputara sejauh 1/3 putaran berlawanan arah jarum jam dengan pusat O(0, 0) ….

Jawab

α Bernilai positip karena perputaran berlawanan arah jarum jam

$\alpha = \frac{1}{3}(360^0) = 120^0$

Maka x' = x.cos 120^0 – y.sin 120^0

x' = (4).cos 120^0 – ($-6\sqrt{3}$).sin 120^0

x' = (4)($-\frac{1}{2}$) + ($6\sqrt{3}$)($\frac{1}{2}\sqrt{3}$)

x' = (–2) + (3)(3)

x' = 7

y' = x.sin 120^0 + y.cos 120^0

$y' = (4).\sin 120^0 + (-6\sqrt{3}).\cos 120^0$

$y' = (4).(\frac{1}{2}\sqrt{3}) + (-6\sqrt{3})(-\frac{1}{2})$

$y' = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$y' = 5\sqrt{3}$

Jadi titiknya P'(–7, $5\sqrt{3}$)

07. Jika titik P(5,-7) dirotasikan sejauh 180^0 dengan pusat A(3, 1) sehingga diperoleh bayangan P'. Tentukanlah koordinat P'

Jawab

Diketahui P(5, –7)

Pusat A(3, 1)

$\alpha = 180^0$

Maka $x' - h = (x - h)\cos 180^0 - (y - k)\sin 180^0$

$x' - 3 = (5 - 3)\cos 180^0 - (-7 - 1)\sin 180^0$

$x' - 3 = (2)(-1) - (-8)(0)$

$x' - 3 = -2 + 0$

$x' = 1$

$y' - k = (x - h)\sin 180^0 + (y - k)\cos 180^0$

$y' - 1 = (5 - 3)\sin 180^0 + (-7 - 1)\cos 180^0$

$y' - 1 = (2)(0) + (-8)(-1)$

$y' - 1 = 0 + 8$

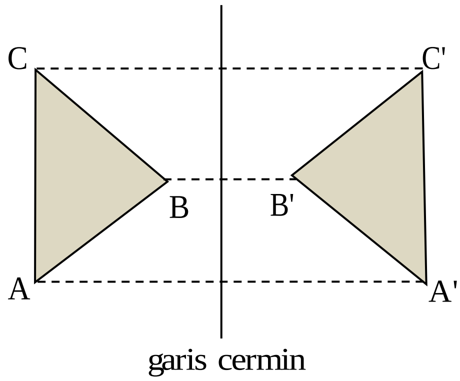
$y' - 1 = 8$

$y' = 9$

Jadi titiknya P'(1, 9)

3. Transformasi Pencerminan (Refleksi)

Segitiga ABC pada gambar di samping dicerminkan terhadap garis tertentu menjadi segitiga A'B'C'. Pada pencerminan ini segitiga asal ABC akan berhadapan dengan segitiga bayangan A'B'C'. Transformasi yang berciri demikian dinamakan ***pencerminan*** atau ***tranformasi***.



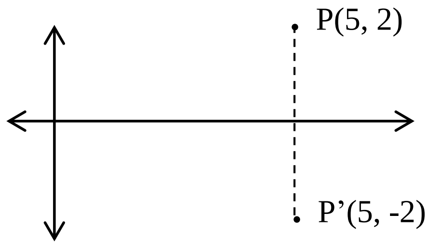
Terdapat beberapa macam jenis pencerminan, tergantung pada posisi garis cerminnya, yaitu:

a. Pencerminan terhadap sumbu x

Misalkan P'(x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap sumbu X, maka dirumuskan : x' = x

y' = –y

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$



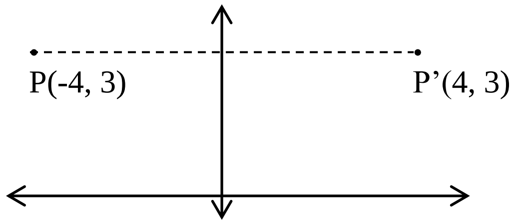
Misalkan titik P(5, 2) dicerminkan terhadap sumbu X, maka bayangannya adalah P'(5, -2)

b. Pencerminan terhadap sumbu Y

Misalkan P'(x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap sumbu Y, maka dirumuskan : x' = –x

y' = y

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$



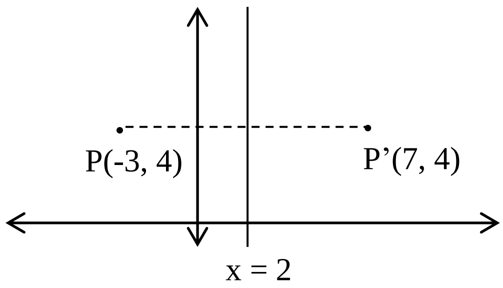
Misalkan titik P(-4, 3) dicerminkan terhadap sumbu Y, maka bayangannya adalah P'(4, 3)

c. Pencerminan terhadap garis x = a

Misalkan P'(x, y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap garis x = a maka dirumuskan : x' = 2a –x

y' = y

Misalkan titik P(-3, 4) dicerminkan terhadap garis x = 2, maka bayangannya adalah P'(7, 4)

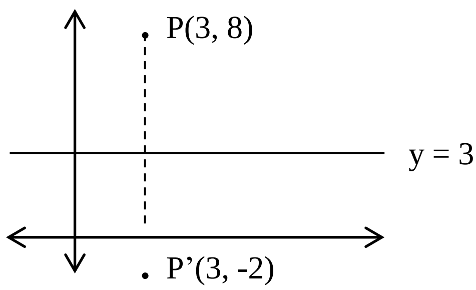


d. Pencerminan terhadap garis y = b

Misalkan P'(x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap garis y = b, maka dirumuskan : x' = x

y' = 2b – y

Misalkan titik P(3, 8) dicerminkan terhadap garis y = 3, maka bayangannya adalah P'(3, -2)

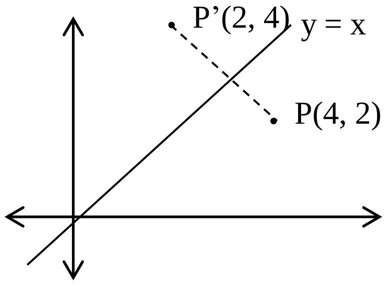


e. Pencerminan terhadap garis y = x

Misalkan P'(x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap garis y = x, maka dirumuskan : $x' = y$

$y' = x$

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$



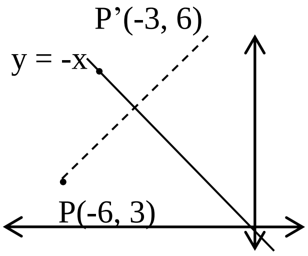
Misalkan titik P(4, 2) dicerminkan terhadap garis y = x, maka bayangannya adalah P'(2, 5)

f. Pencerminan terhadap garis y = –x

Misalkan P'(x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap garis y = –x, maka dirumuskan : $x' = -y$

$y' = -x$

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

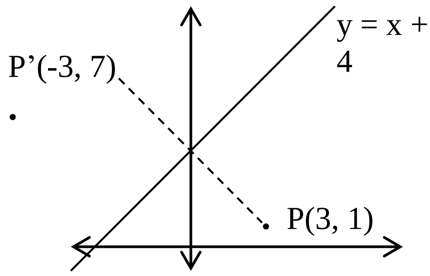


Misalkan titik P(-6, 3) dicerminkan terhadap garis y = x, maka bayangannya adalah P'(-3, 6)

g. Pencerminan terhadap garis y = x + a

Misalkan P'(x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap garis y = x + a, maka dirumuskan : $x' = y - a$

$y' = x + a$

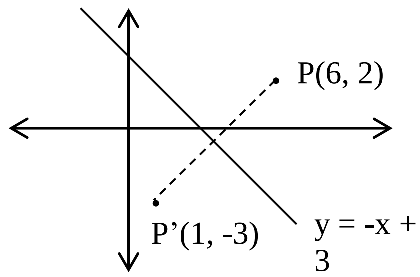


Misalkan titik P(3, 1) dicerminkan terhadap y = x + 4, maka bayangannya adalah P'(-3, 7)

h. Pencerminan terhadap garis y = –x + a

Jika (x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap garis y = –x + a, maka dirumuskan : $x' = -y + a$

$y' = -x + a$

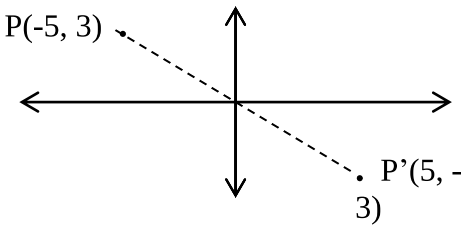


Misalkan titik P(6, 2) dicerminkan terhadap y = –x + 3, maka bayangannya adalah P'(1, -3)

i. Pencerminan terhadap titik asal

Misalkan P'(x', y') merupakan bayangan hasil pencerminan titik P(x, y) terhadap titik O(0, 0) maka dirumuskan : x' = –x

y' = –y



atau $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Misalkan titik P(–5, 3) dicerminkan terhadap y = x + 4, maka bayangannya adalah P'(5, –3)

Untuk pemantapan lebih lanjut, ikutilah contoh soal berikut ini

01. Diketahui titik A(–5, 1) dan B(–2, 6). Tentukanlah bayangan titik A dan B oleh refleksi terhadap sumbu-Y serta gambarkan ruas garis AB dan bayangannya

Jawab

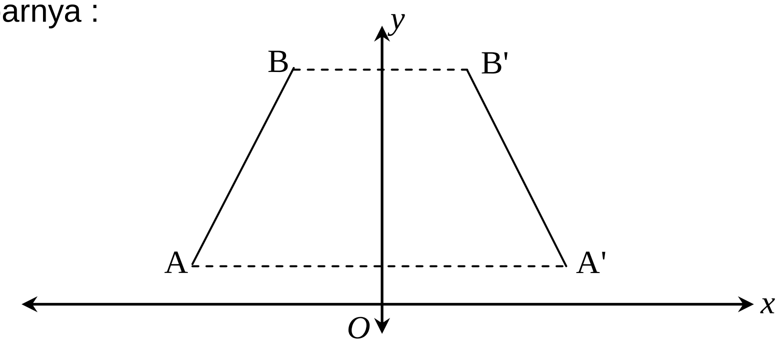
A(–5, 1) bayangannya A'(5, 1) B(–2, 6) bayangannya B'(2, 6)

Dengan matriks : $\begin{bmatrix} x'_A & x'_B \\ y'_A & y'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B \\ y'_A & y'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$

Jadi bayangannya adalah A'(5, 1) dan B'(2, 6)

Gambarnya :



02. Tentukanlah bayangan titik A(4, 3) oleh pencerminan terhadap garis y = –1

Jawab

Misalkan A'(x',y') adalah bayangan titik A(4,3) oleh pencerminan terhadap garis y = –1

Maka : x' = x = 4

y' = 2(–1) – y

= –2 – 3

= –5

Jadi bayangannya adalah A'(4, –5)

03. Jika titik A(5, –3) dicerminkan terhadap garis x = a maka diperoleh bayangan titik A'(1, –3). Tentukanlah nilai a

Jawab

Misalkan A'(1, –3) adalah bayangan titik A(5, –3) oleh pencerminan terhadap garis x = a

Maka : x' = 2a – x

1 = 2a – 5

1 + 5 = 2a

2a = 6

Jadi a = 3

04. Sebuah titik A(x, y) dicerminkan terhadap garis y = –x sehingga diperoleh bayangan A'(–5, 3). Tentukan koordinat titik A

Jawab

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{0-1}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

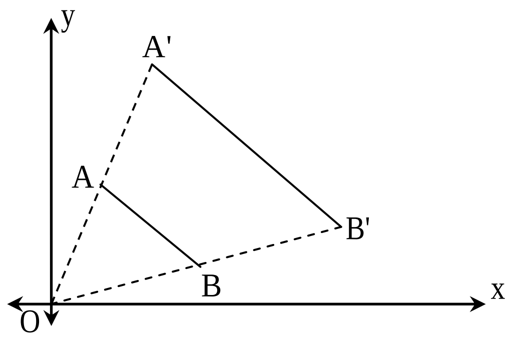
$$(-1) \begin{bmatrix} 0+3 \\ -5+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Jadi A(–3, 5)

4. Transformasi Perkalian (Dilatasi)

Sebuah garis AB seperti pada gambar di samping didilatasi dengan pusat O(0, 0) dan skala 2 sehingga didapat bayangan garis A'B'. Pada dilatasi ini garis A'B', panjangnya menjadi dua kali panjang garis AB.



Transformasi yang berciri demikian dinamakan ***perkalian*** atau ***dilatasi***.

Sebuah titik P(x, y) didilatasi dengan pusat O(0, 0) dan skala k akan menghasilkan bayangan P'(x', y') dimana : x' = k.x

y' = k.y

Atau : $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Sedangkan jika titik P(x, y) didilatasi dengan pusat A(m, n) dan skala k akan menghasilkan bayangan P'(x', y')

dimana : $x' = k(x - m) + m$

$y' = k(y - n) + n$

atau $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - m \\ y - n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

Rumus di atas didapat dengan melakukan pergeseran titik pusat dari titik A(m, n) ke titik O(0, 0) dan kembali ke A(m, n)

Untuk pemantapan lebih lanjut, ikutilah contoh soal berikut ini

01. Tentukanlah bayangan garis AB jika titik A(2, 5) dan B(6, 1) diperbesar dengan pusat O(0, 0) dan faktor skala 2 serta gambarkan

Jawab

A(2, 5) bayangannya A'(4, 10)

B(6, 1) bayangannya B'(12, 2)

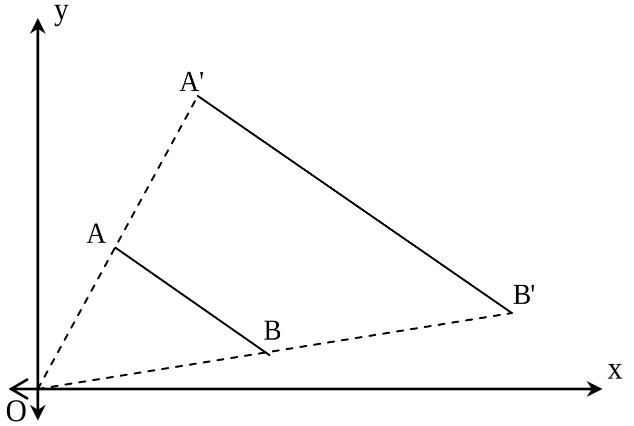
Dengan matriks :

$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B \\ y'_A & y'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B \\ y'_A & y'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$$

Jadi bayangannya adalah

A'(4, 10) dan B'(12, 1)



02. Tentukanlah bayangan segitiga ABC jika titik A(–1, 4), B(4, 2) dan C(2, 5) didilatasi dengan pusat O(0, 0) dan faktor skala –2 serta gambarkan

Jawab

A(–1, 4) bayangannya A'(2, –8)

B(4, 2) bayangannya B'(–8, –4)

C(2, 5) bayangannya C'(–4, –10)

Dengan matriks : $$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{bmatrix}$$

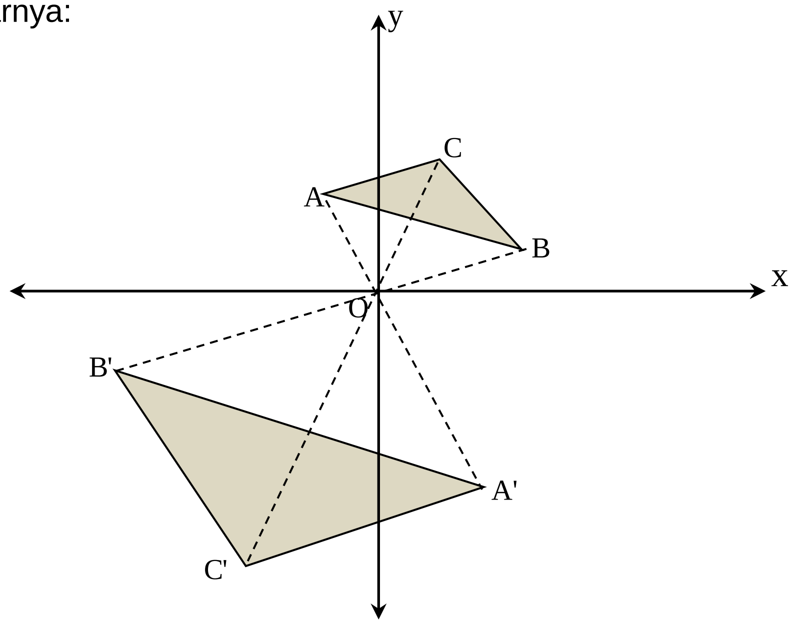
$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+0 & -8+0 & -4+0 \\ 0-8 & 0-4 & 0-10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -8 & -4 \\ -8 & -4 & -10 \end{bmatrix}$$

Jadi bayangannya adalah A'(2, –8) dan B'(–8, –4), C'(–4, –10)

Gambarnya:



03. Jika titik P(9, –6) didilatasi dengan skala k dan pusat O(0, 0) sehingga diperoleh bayangan P'(a, 4) maka tentukanlah nilai a

Jawab

Misalkan P'(a, 4) adalah bayangan titik P(9, –6) oleh dilatasi dengan pusat O(0, 0) dan skala k

Maka : $x' = kx$ $\quad$ $y' = ky$

$a = 9k$ ………………… (1) $\quad$ $4 = k(-6)$

$k = -2/3$ ……………………………… (2)

Dari (1) dan (2) diperoleh : $a = 9(-2/3)$

$a = -6$

04. Titik P(2, -5) diperbesar dengan skala -3 dan pusat A(1, 3) sehingga didapat bayangan P'. Tentukanlah koordinat P'

Jawab

Misalkan P'(x', y') adalah bayangan titik P(2, –5) oleh dilatasi dengan pusat A(1, 3) dan skala –3

dimana : $x' = k(x - m) + m$ $\quad$ $y' = k(y - n) + n$

$x' = -3(2 - 1) + 1$ $\quad$ $y' = -3(-5 - 3) + 3$

$x' = -2$ $\quad$ $y' = 27$

Jadi titik bayangannya P'(–2, 27)

05. Sebuah titik P(2, –5) diperbesar dengan skala k dan pusat A(3, 2) sehingga didapat bayangan P'(–1, 26). Tentukanlah nilai k

Jawab

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - m \\ y - n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 - 3 \\ -5 - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -26 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k \\ -7k \end{bmatrix}$$

Maka : $-k = -4$ $\quad k = 4$