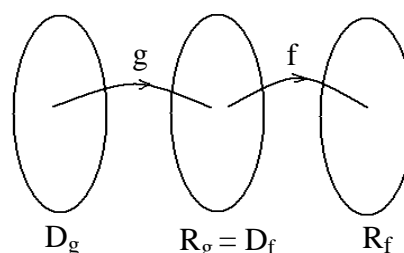


# KOMPOSISI FUNGSI DAN FUNGSI INVERS

## B. Komposisi Fungsi

Komposisi dari  $f$  dan  $g$  didefinisikan :  $(f \circ g)(x) = f [ g(x) ]$  dan  $(g \circ f)(x) = g [ f(x) ]$   
Jika digambarkan dalam diagram panah menjadi

Gambar disamping adalah sketsa komposisi dari  $f \circ g$   
Daerah hasil dari fungsi  $g$  adalah daerah asal dari fungsi  $f$



Adapun penjelasan tentang tata cara menentukan hasil akhir dari komposisi fungsi akan diuraikan pada contoh soal berikut ini

01. Misalkan  $f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 1), (4, 2)\}$  dan  $g = \{(1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 3)\}$ , maka tentukanlah :

(a)  $f \circ g$

(b)  $g \circ f$

Jawab

(a)  $f \circ g = f [ g ]$

$$= f [ (1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 3) ]$$

$$= \{(1, 2) \rightarrow (2, 3), (2, 4) \rightarrow (4, 2), (3, 1) \rightarrow (1, 4), (4, 3) \rightarrow (3, 1)\}$$

$$= \{(1, 3), (2, 2), (3, 4), (4, 1)\}$$

(b)  $g \circ f = g [ f ]$

$$= g [(1, 4), (2, 3), (3, 1), (4, 2) ]$$

$$= \{(1, 4) \rightarrow (4, 3), (2, 3) \rightarrow (3, 1), (3, 1) \rightarrow (1, 2), (4, 2) \rightarrow (2, 4)\}$$

$$= \{(1, 3), (2, 1), (3, 2), (4, 4)\}$$

02. Diketahui dua fungsi  $f(x) = 2x - 1$  dan  $g(x) = x^2 - 3x + 5$ . Tentukanlah hasil dari :

(a)  $(f \circ g)(x)$

(b)  $(g \circ f)(x)$

Jawab

(a)  $(f \circ g)(x) = f [ g(x) ]$

$$= f [ x^2 - 3x + 5 ]$$

$$= 2(x^2 - 3x + 5) - 1$$

$$= 2x^2 - 6x + 10 - 1$$

$$= 2x^2 - 6x + 9$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } (g \circ f)(x) &= g[f(x)] \\ &= g[2x - 1] \\ &= (2x - 1)^2 - 3(2x - 1) + 5 \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - 6x + 3 + 5 \\ &= 4x^2 - 10x + 9 \end{aligned}$$

03. Diketahui dua fungsi  $f(x) = \frac{2x-3}{7-3x}$  dan  $g(x) = 4x + 2$ . Tentukanlah hasil dari :

$$\text{(a) } (f \circ g)(x)$$

$$\text{(b) } (g \circ f)(x)$$

Jawab

$$\begin{aligned} \text{(a) } (f \circ g)(x) &= f[g(x)] \\ &= f[4x + 2] \\ &= \frac{2(4x + 2) - 3}{7 - 3(4x + 2)} \\ &= \frac{8x + 1}{1 - 12x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } (g \circ f)(x) &= g[f(x)] \\ &= g\left(\frac{2x-3}{7-3x}\right) \\ &= 4\left(\frac{2x-3}{7-3x}\right) + 2 \\ &= 4\left(\frac{2x-3}{7-3x}\right) + 2\left(\frac{7-3x}{7-3x}\right) \\ &= \left(\frac{8x-12}{7-3x}\right) + \left(\frac{14-6x}{7-3x}\right) \\ &= \frac{8x-12+14-6x}{7-3x} \\ &= \frac{2x+2}{7-3x} \end{aligned}$$

04. Diketahui fungsi  $f(x) = 2x + 3$ . Tentukanlah hasil dari  $(f \circ f \circ f)(x)$

Jawab

$$\begin{aligned} (f \circ f \circ f)(x) &= f\{f[f(x)]\} \\ &= f\{f[2x + 3]\} \\ &= f\{2(2x + 3) + 3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= f \{ 4x + 6 + 3 \} \\
&= f \{ 4x + 9 \} \\
&= 2(4x + 9) + 3 \\
&= 8x + 18 + 3 \\
&= 8x + 21
\end{aligned}$$

05. Diketahui dua fungsi  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  dan  $g(x) = x^2 + 3x - 6$ . Tentukanlah nilai

(a)  $(f \circ g)(2)$

(b)  $(g \circ f)(3)$

Jawab

$$\begin{aligned}
\text{(a) } (f \circ g)(2) &= f [ g(2) ] \\
&= f [(2)^2 + 3(2) - 6] \\
&= f [4 + 6 - 6] \\
&= f [4] \\
&= (4)^2 - 5(4) + 4 \\
&= 16 - 20 + 4 \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b) } (g \circ f)(3) &= g [ f(3) ] \\
&= g [(3)^2 - 5(3) + 4] \\
&= g [9 - 15 + 4] \\
&= g [-2] \\
&= (-2)^2 + 3(-2) - 6 \\
&= 4 - 6 - 6 \\
&= -8
\end{aligned}$$

Dari uraian di atas dapat ditentukan beberapa sifat komposisi fungsi, yakni

- (1) Komposisi fungsi tidak komutatif, artinya :  $g \circ f \neq f \circ g$
- (2) Komposisi fungsi bersifat asosiatif, artinya :  $f \circ [g \circ h] = [f \circ g] \circ h$

Selanjutnya, kita dapat menentukan komponen fungsi komposisi jika hasil akhir komposisinya diketahui. Untuk penjelasan selengkapnya akan diuraikan pada contoh soal berikut ini :

06. Diketahui  $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$  maka tentukanlah  $f(x + 3)$

Jawab

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 5$$

$$\text{maka } f(x + 3) = 2(x + 3)^2 - 4(x + 3) + 5$$

$$f(x + 3) = 2(x^2 + 6x + 9) - 4x - 12 + 5$$

$$f(x + 3) = 2x^2 + 12x + 18 - 4x - 12 + 5$$

$$f(x + 3) = 2x^2 + 8x + 11$$

07. Diketahui  $f(x - 2) = x^2 + 5x - 3$  maka tentukanlah  $f(x)$

Jawab

$$f(x - 2) = x^2 + 5x - 3$$

$$\text{Misalkan } x - 2 = m \text{ maka } x = m + 2$$

$$\text{sehingga } f(m) = (m + 2)^2 + 5(m + 2) - 3$$

$$f(m) = m^2 + 4m + 4 + 5m + 10 - 3$$

$$f(m) = m^2 + 9m + 11$$

$$\text{Jadi } f(x) = x^2 + 9x + 11$$

08. Diketahui  $f(2x + 3) = 4x^2 - 8x + 5$  maka tentukanlah  $f(x)$

Jawab

$$f(2x + 3) = 4x^2 - 8x + 5$$

$$\text{Misalkan } 2x + 3 = m \text{ maka } x = \frac{m - 3}{2}$$

$$\text{sehingga } f(m) = 4\left(\frac{m - 3}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{m - 3}{2}\right) + 5$$

$$f(m) = 4\left(\frac{m^2 - 6m + 9}{4}\right) - 8\left(\frac{m - 3}{2}\right) + 5$$

$$f(m) = m^2 - 6m + 9 - 4m + 12 + 5$$

$$f(m) = m^2 - 10m + 26$$

$$\text{Jadi } f(x) = x^2 - 10x + 26$$

09. Diketahui  $(f \circ h)(x) = 2x^2 - 4x - 3$  dan  $h(x) = x + 3$  maka tentukanlah  $f(x)$

Jawab

$$(f \circ h)(x) = 2x^2 - 4x - 3$$

$$f[h(x)] = 2x^2 - 4x - 3$$

$$f[x + 3] = 2x^2 - 4x - 3$$

Karena  $x + 3 = h$  maka  $x = h - 3$

sehingga  $f(h) = 2(h - 3)^2 - 4(h - 3) - 3$

$$f(h) = 2(h^2 - 6h + 9) - 4(h - 3) - 3$$

$$f(h) = 2h^2 - 12h + 18 - 4h + 12 - 3$$

$$f(h) = 2h^2 - 16h + 27$$

Jadi  $f(x) = 2x^2 - 16x + 27$

10. Diketahui  $(f \circ h)(x) = 4x^2 + 6x - 5$  dan  $f(x) = 2x - 1$  maka tentukanlah  $h(x)$

Jawab

$$(f \circ h)(x) = 4x^2 + 6x - 5$$

$$f[h(x)] = 4x^2 + 6x - 5$$

$$2 \cdot h(x) - 1 = 4x^2 + 6x - 5$$

$$2 \cdot h(x) = 4x^2 + 6x - 5 + 1$$

$$2 \cdot h(x) = 4x^2 + 6x - 4$$

$$h(x) = x^2 + 3x - 2$$

11. Diketahui  $(g \circ f)(x) = \frac{x-4}{x+3}$  dan  $g(x) = 3x - 2$  maka tentukanlah  $f(x)$

Jawab

$$(g \circ f)(x) = \frac{x-4}{x+3}$$

$$g[f(x)] = \frac{x-4}{x+3}$$

$$3 \cdot g(x) - 2 = \frac{x-4}{x+3}$$

$$3 \cdot g(x) = \frac{x-4}{x+3} + 2$$

$$3 \cdot g(x) = \frac{x-4}{x+3} + 2 \left( \frac{x+3}{x+3} \right)$$

$$3 \cdot g(x) = \frac{(x-4) + 2(x+3)}{x+3}$$

$$3 \cdot g(x) = \frac{x-4+2x+6}{x+3}$$

$$3 \cdot g(x) = \frac{3x+2}{x+3}$$

$$g(x) = \frac{3x+2}{3(x+3)}$$

$$g(x) = \frac{3x+2}{3x+9}$$

12. Diketahui  $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 6x + 7$  dan  $g(x) = x^2 - 3x + 4$  maka tentukanlah  $f(x)$   
Jawab

$$(f \circ g)(x) = 2x^2 - 6x + 7$$

$$f [ g(x) ] = 2x^2 - 6x + 7$$

$$f (x^2 - 3x + 4) = 2x^2 - 6x + 7$$

Misalkan  $m = x^2 - 3x + 4$  maka  $2m = 2x^2 - 6x + 8$

$$2m - 1 = 2x^2 - 6x + 8 - 1$$

$$2m - 1 = 2x^2 - 6x + 7$$

sehingga  $f(m) = 2m - 1$

Jadi  $f(x) = 2x - 1$

13. Diketahui  $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 12x + 18$  dan  $g(x) = x^2 + 3x + 5$ , maka tentukanlah fungsi  $f(x)$

Jawab

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 12x + 18$$

$$f [ g(x) ] = 4x^2 - 12x + 18$$

$$f (x^2 + 3x + 5) = 4x^2 - 12x + 18$$

Misalkan  $m = x^2 + 3x + 5$  maka  $4m = 4x^2 + 12x + 20$

$$4m - 2 = 4x^2 + 12x + 20 - 2$$

$$4m - 2 = 4x^2 + 12x + 18$$

sehingga  $f(m) = 4m - 2$

Jadi  $f(x) = 4x - 2$