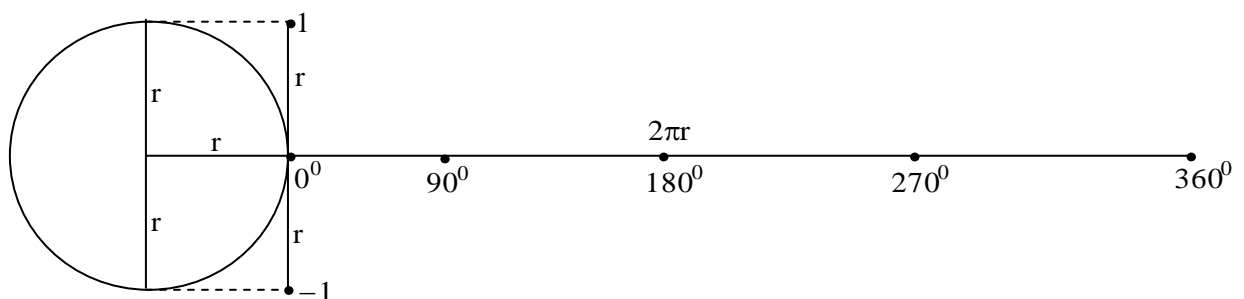


PERBANDINGAN DAN FUNGSI TRIGONOMETRI

F. Fungsi Trigonometri

Untuk memahami fungsi trigonometri secara umum, terlebih dahulu kita akan membahas grafik fungsi trigonometri dasar, yaitu grafik fungsi $y = \sin x$, $y = \cos x$ dan $y = \tan x$.

Grafik fungsi ini digambar dalam tata koordinat Cartesius yang menggunakan dua sumbu, yakni sumbu-X sebagai nilai sudut, dan sumbu-Y sebagai nilai fungsinya. Namun untuk melukis kedua sumbu ini dipakai aturan tersendiri, yakni sebagai berikut



Sumbu-X sebagai nilai sudut, panjangnya sama dengan keliling lingkaran ($2\pi r$). Dalam satuan derajat sumbu ini dibagi menjadi 360 bagian yang setiap bagiannya menunjukkan 1° . Sedangkan dalam satuan radian nilai-nilai sudut tersebut dikonversikan kedalam π radian. Sumbu-Y sebagai nilai fungsi, skalanya dihitung satu satuan sebagai panjang jari-jari lingkaran.

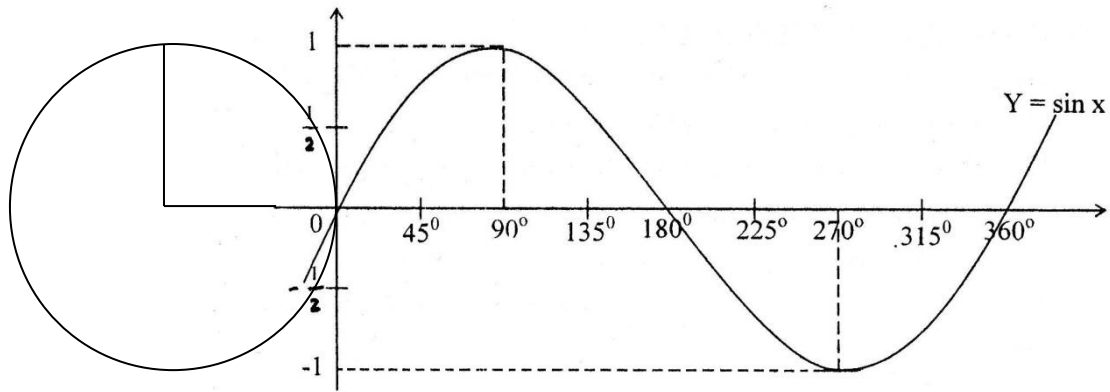
Terdapat tiga komponen penting dalam grafik fungsi trigonometri, yaitu :

- Nilai maksimum fungsi adalah nilai ordinat tertinggi yang dicapai oleh fungsi itu.
- Nilai minimum fungsi adalah nilai ordinat terendah yang dicapai oleh fungsi itu.
- Periode fungsi, yaitu besarnya interval sudut yang diperlukan untuk melakukan satu putaran fungsi

Untuk lebih jelasnya akan diberikan gambar grafik fungsi trigonometri sederhana, yakni grafik fungsi $y = \sin x$, $y = \cos x$ dan $y = \tan x$

(1) Grafik Fungsi Sinus

Fungsi sinus dasar adalah fungsi $y = \sin x$. Grafik fungsi ini dapat digambarkan sebagai berikut:



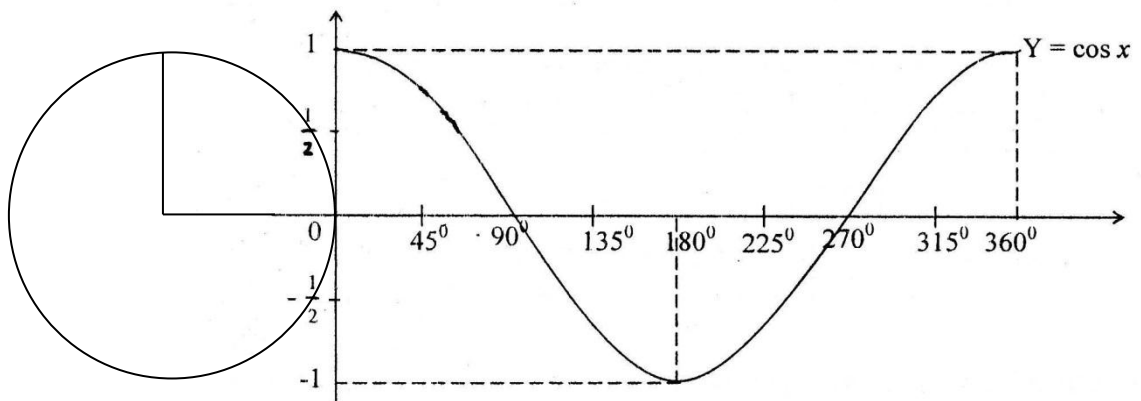
Nilai maksimum fungsi adalah 1,

Nilai minimum fungsi adalah -1 .

Perioda fungsi adalah 360° , artinya fungsi akan berulang setiap kelipatan 360° .

(2) Grafik Fungsi Kosinus

Fungsi kosinus dasar adalah fungsi $y = \cos x$. Grafik fungsi ini dapat digambarkan sebagai berikut:



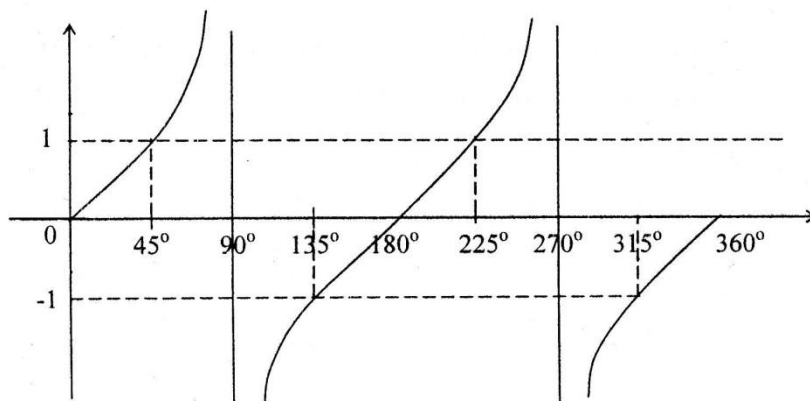
Nilai maksimum fungsi adalah 1,

Nilai minimum fungsi adalah -1 .

Perioda fungsi adalah 360° , artinya fungsi akan berulang setiap kelipatan 360° .

(3) Grafik Fungsi Tangens

Fungsi tangens dasar adalah fungsi $y = \tan x$. Grafik fungsi ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Nilai maksimum fungsi adalah ∞

Nilai minimum fungsi adalah $-\infty$.

Periodanya adalah 180° , artinya fungsi akan berulang setiap kelipatan 180° .

Selanjutnya fungsi trigonometri dasar di atas dikembangkan menjadi fungsi trigonometri sederhana, sehingga terjadi perubahan nilai maksimum, nilai minimum dan perioda fungsi

Fungsi trigonometri sederhana yaitu fungsi trigonometri dengan bentuk umum :

$$y = k.\sin a(x \pm \alpha)$$

$$y = k.\cos a(x \pm \alpha)$$

$$y = k.\tan a(x \pm \alpha)$$

Aturan dalam perubahan tersebut adalah sebagai berikut:

Fungsi $y = k.\sin a(x \pm \alpha)$ memiliki : nilai maksimum = $k(1) = k$

nilai minimum = $k(-1) = -k$

$$\text{periodenya } \frac{360^\circ}{a}$$

Fungsi $y = k.\cos a(x \pm \alpha)$ memiliki : nilai maksimum = $k(1) = k$

nilai minimum = $k(-1) = -k$

$$\text{periodenya } \frac{360^\circ}{a}$$

Fungsi $y = k.\tan a(x \pm \alpha)$ memiliki : nilai maksimum = $k(\infty) = \infty$

nilai minimum $k(-\infty) = -\infty$

$$\text{periodenya } \frac{360^\circ}{a}$$

Untuk pemahaman lebih lanjut, akan diuraikan pada contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah nilai maksimum, nilai minimum dan periode setiap fungsi berikut ini :

(a) $y = 5.\sin (3x - 60^\circ)$

(b) $y = 3.\cos(2x + 45^\circ)$

(c) $y = 6.\tan 2x$

(d) $y = 4 + 2\cos 5x$

(e) $y = 5 - 3\cos\left(\frac{1}{3}x + \pi\right)$

Jawab

(a) $y = 5.\sin (3x - 60^\circ)$

Nilai maksimum = $5(1) = 5$

Nilai minimum = $5(-1) = -5$

$$\text{Periode} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

(b) $y = 3.\cos(2x + 45^\circ)$

Nilai maksimum = $3(1) = 3$

Nilai minimum = $3(-1) = -3$

$$\text{Periode} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

(c) $y = 6 \cdot \tan 2x$

Nilai maksimum = $5(\infty) = \infty$

Nilai minimum = $5(-\infty) = -\infty$

Periode = $\frac{180^0}{2} = 90^0$

(d) $y = 4 + 2\cos 5x$

Nilai maksimum = $4 + 2(1) = 4 + 2 = 6$

Nilai minimum = $4 + 2(-1) = 4 - 2 = 2$

Periode = $\frac{360^0}{5} = 72^0$

(e) $y = 5 - 3\cos\left(\frac{1}{3}x + \pi\right)$

Nilai maksimum = $5 - 3(-1) = 5 + 3 = 8$

Nilai minimum = $5 - 3(1) = 5 - 3 = 2$

Periode = $\frac{360^0}{1/3} = 1020^0$

02. Tentukanlah nilai maksimum dan nilai minimum dari fungsi $f(x) = \frac{24}{5 + 3 \sin x}$

Jawab

Nilai maksimum = $\frac{24}{5 + 3(-1)} = \frac{24}{2} = 12$

Nilai minimum = $\frac{24}{5 + 3(1)} = \frac{24}{8} = 3$

berikutnya, akan diuraikan tata cara menggambar grafik fungsi trigonometri sederhana

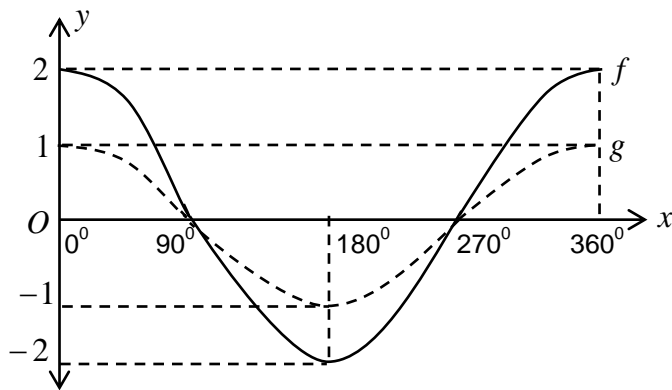
Dalam menggambar grafik fungsi trigonometri sederhana, digunakan metoda transformasi (perubahan), yakni dengan mengamati tiga macam perubahan grafik, yaitu

- Perubahan nilai maksimum dan minimum fungsi
- Perubahan perioda fungsi
- Pergeseran fungsi (Jika $+\alpha$ maka fungsi bergeser ke kiri sejauh α , jika $-\alpha$ maka fungsi bergeser ke kanan sejauh α)

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

03. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = 2 \cdot \cos x$ dalam interval $0^\circ < x \leq 360^\circ$

Jawab

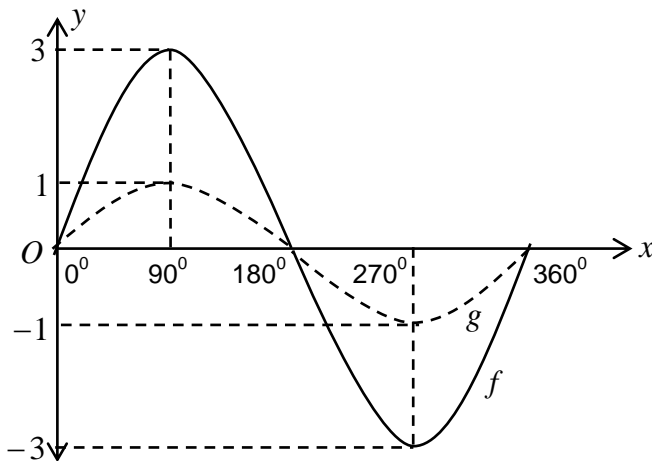


g adalah fungsi $y = \cos x$

f adalah fungsi $y = 2 \cdot \cos x$

04. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = 3 \cdot \sin x$ dalam interval $0^\circ < x \leq 360^\circ$

Jawab

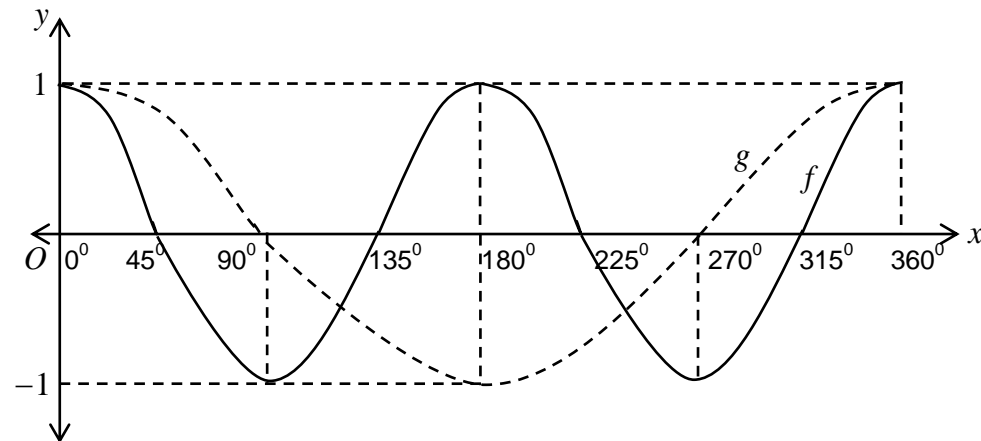


g adalah fungsi $y = \sin x$

f adalah fungsi $y = 3 \cdot \sin x$

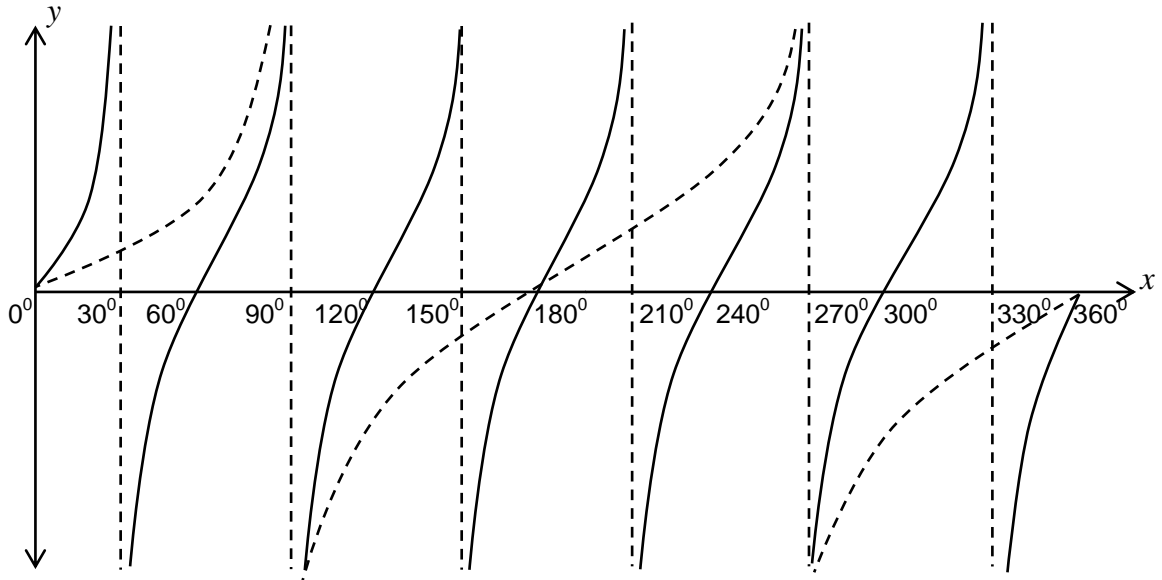
05. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = \cos 2x$ dalam interval $0^\circ < x \leq 360^\circ$

Jawab



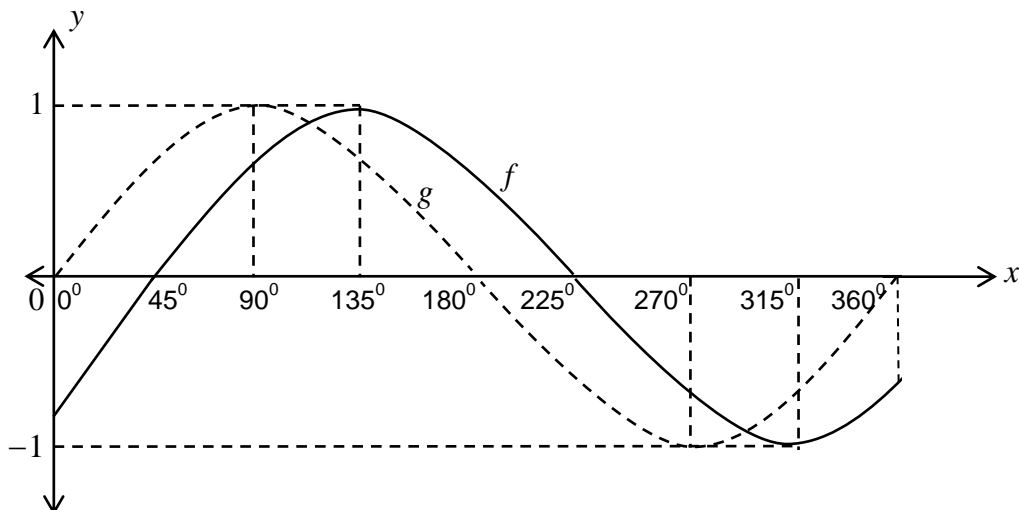
g adalah fungsi $y = \cos x$
 f adalah fungsi $y = \cos.2x$

06. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = \tan 3x$ dalam interval $0^0 < x \leq 360^0$
 Jawab



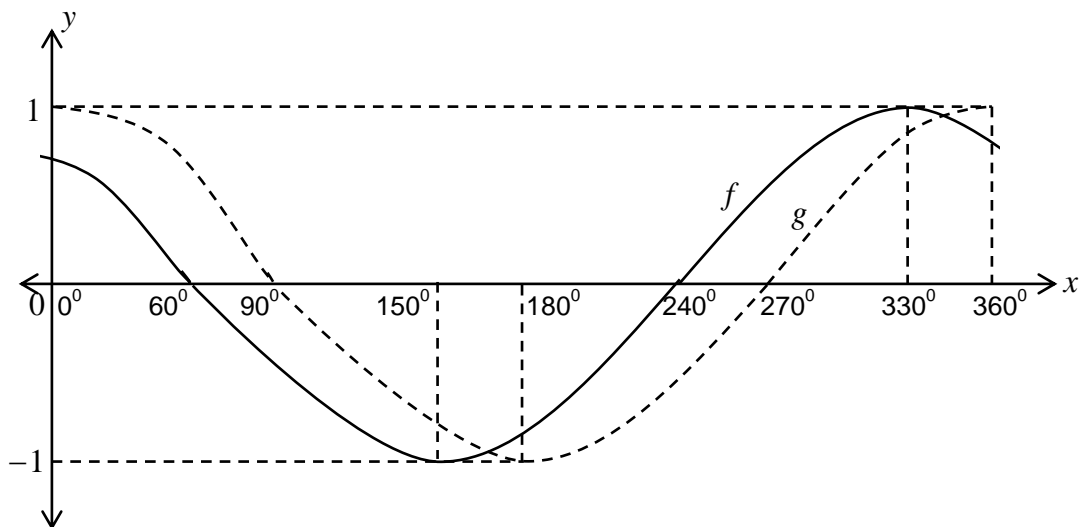
fungsi $y = \tan x$ digambarkan dengan garis putus-putus
 fungsi $y = \tan.3x$ digambarkan dengan garis penuh

07. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = \sin(x - 45^0)$ dalam interval $0^0 < x \leq 360^0$
 Jawab



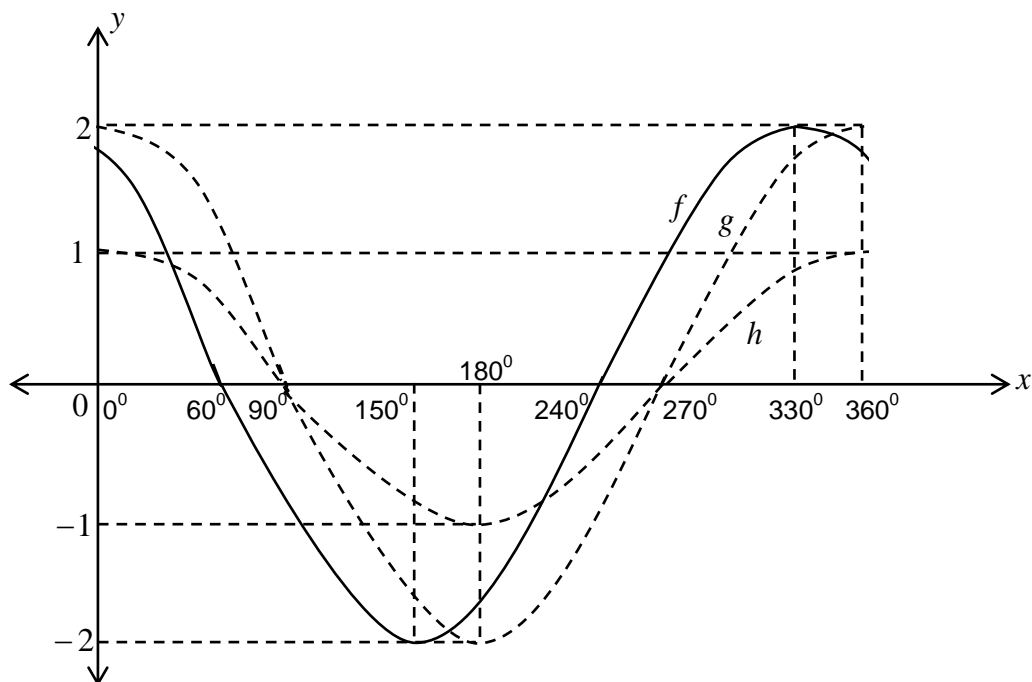
fungsi $g : y = \sin x$ digambarkan dengan garis putus-putus
 fungsi $f : y = \sin(x - 45^0)$ digambarkan dengan garis penuh

08. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = \cos(x + 30^\circ)$ dalam interval $0^\circ < x \leq 360^\circ$
Jawab



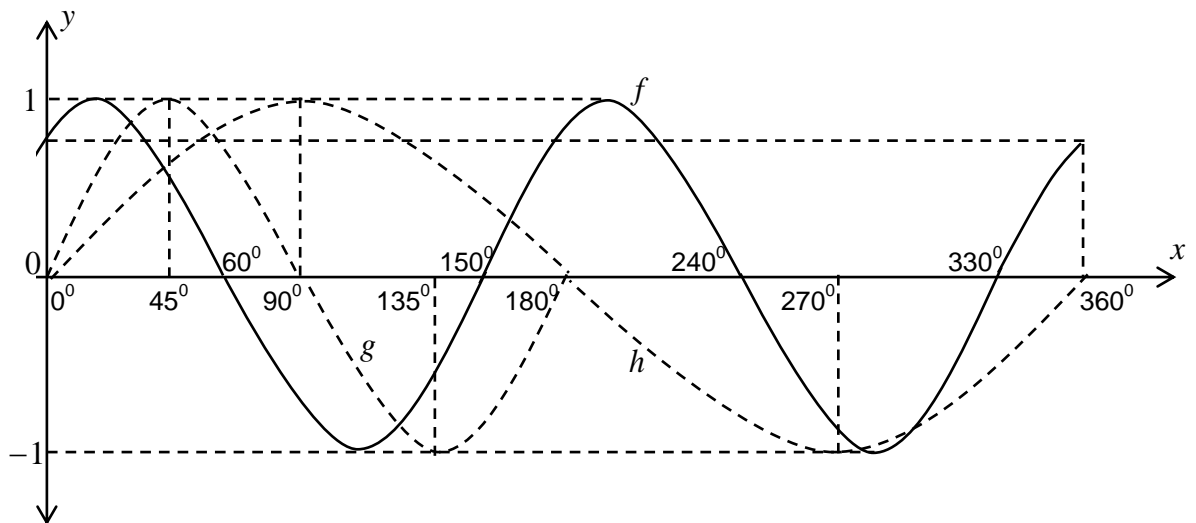
fungsi $g : y = \cos x$ digambarkan dengan garis putus-putus
fungsi $f : y = \cos(x + 30^\circ)$ digambarkan dengan garis penuh

09. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = 2 \cdot \cos(x + 30^\circ)$ dalam interval $0^\circ < x \leq 360^\circ$
Jawab



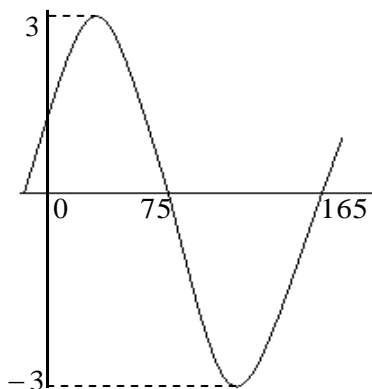
fungsi $h : y = \cos x$ digambarkan dengan garis putus-putus
fungsi $g : y = 2 \cdot \cos x$ digambarkan dengan garis putus-putus
fungsi $f : y = 2 \cos(x + 30^\circ)$ digambarkan dengan garis penuh

10. Lukislah fungsi trigonometri $f(x) = \sin(2x + 60^\circ)$ dalam interval $0^\circ < x \leq 360^\circ$
Jawab



fungsi $h : y = \sin x$ digambarkan dengan garis putus-putus
fungsi $g : y = \sin 2x$ digambarkan dengan garis putus-putus
fungsi $f : y = \sin 2(x + 30^\circ)$ digambarkan dengan garis penuh

- 11.



Tentukanlah persamaan dari fungsi pada gambar berikut ini dalam fungsi sinus

Jawab

Bentuk umum : $y = k \cdot \sin a(x - \alpha)$

Maka :

$$k = 3$$

$$\text{periode} = 2(90^\circ) = 180^\circ$$

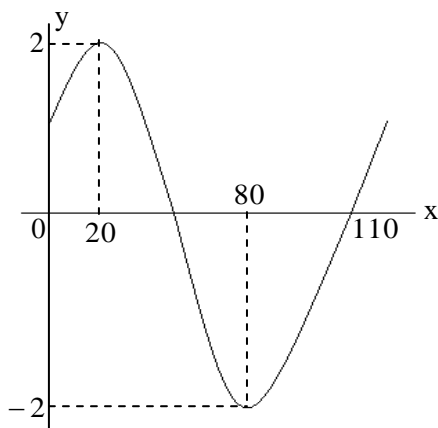
$$\text{sehingga } a = \frac{360}{180} = 2$$

$$\alpha = 75^\circ - 90^\circ = -15^\circ$$

$$\text{Jadi } y = 3 \cdot \sin 2(x - [-15^\circ])$$

$$y = 3 \cdot \sin (2x + 30^\circ)$$

- 12



Tentukanlah persamaan dari fungsi pada gambar berikut ini dalam fungsi cosinus

Jawab

Bentuk umum : $y = k \cdot \cos a(x - \alpha)$

Maka :

$$k = 2$$

$$\text{periode} = 4(30^\circ) = 120^\circ$$

$$\text{sehingga } a = \frac{360}{120} = 3$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\text{Jadi } y = 2 \cdot \cos 3(x - 20^\circ)$$

$$y = 2 \cdot \cos (3x - 40^\circ)$$

13. Tentukanlah persamaan dari fungsi pada gambar berikut ini dalam fungsi sinus

Jawab

Bentuk umum : $y = k \cdot \sin a(x - \alpha)$

Maka :

$$k = 2$$

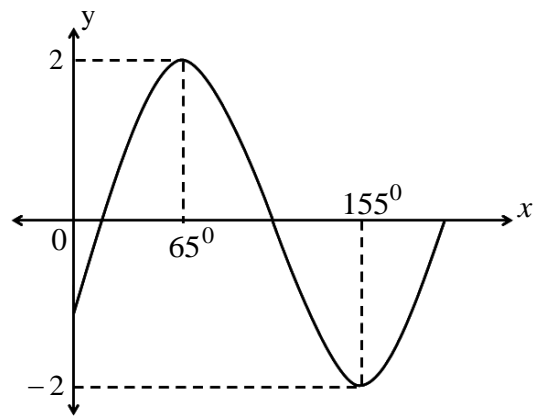
$$\text{periode} = 2(90^\circ) = 180^\circ$$

$$\text{sehingga } a = \frac{360}{180} = 2$$

$$\alpha = 65^\circ - 45^\circ = 20^\circ$$

$$\text{Jadi } y = 2 \cdot \sin 2(x - 20^\circ)$$

$$y = 2 \cdot \sin (2x - 40^\circ)$$



14. Tentukanlah persamaan dari fungsi pada gambar berikut ini dalam fungsi tangens

Jawab

Bentuk umum : $y = k \cdot \tan a(x - \alpha)$

diperoleh

$$k = 2$$

$$\text{periode} = 75^\circ - 15^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Maka : } a = \frac{180}{60} = 3$$

$$\alpha = 15^\circ - 30^\circ = -15^\circ$$

$$\text{sehingga } y = k \cdot \tan 3(x - [-15^\circ])$$

$$y = k \cdot \tan (3x + 45^\circ)$$

Titik potong dg sb-Y di (0, 2)

$$\text{Sehingga } 2 = k \cdot \tan (3[0] + 45^\circ)$$

$$2 = k \cdot \tan 45^\circ$$

$$2 = k \cdot (1)$$

$$k = 2$$

$$\text{Jadi } y = 2 \cdot \tan (3x + 45^\circ)$$

