

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

D. Fungsi Nilai Mutlak

Untuk menggambar grafik fungsi nilai mutlak $y = |f(x)|$ berdasarkan pengertian nilai

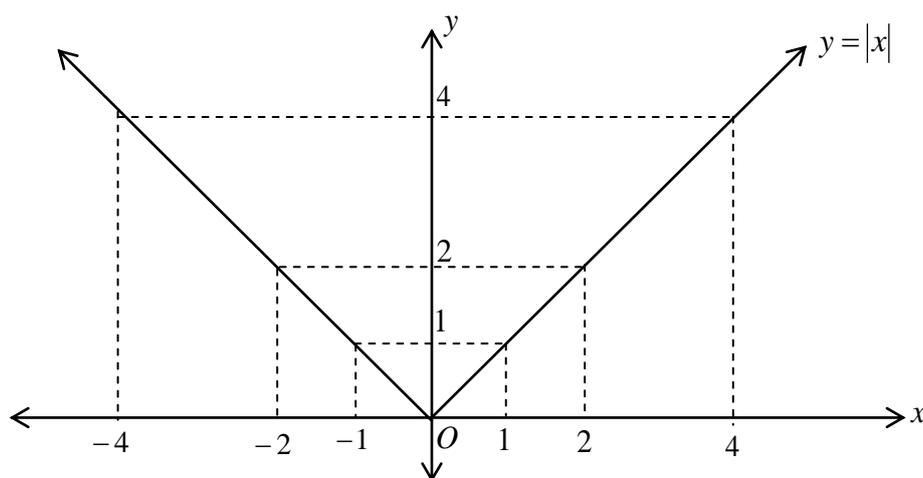
mutlak diatas, yakni : $y = |f(x)| = \begin{cases} y_1 = f(x) \\ y_2 = -f(x) \end{cases}$

diperlukan langkah-langkah sebagai berikut :

- (1) Tentukan nilai x untuk $f(x) = 0$, yakni nilai x yang menjadi batas perubahan positif ke negatif atau sebaliknya.
- (2) Untuk daerah positif, gambar grafik fungsi $y_1 = f(x)$
- (3) untuk daerah negatif, gambar grafik fungsi $y_2 = -f(x)$.

Sebagai permulaan, akan kita gambar grafik fungsi $f(x) = |x|$, dengan mengikuti langkah-langkah di atas.

Nilai x yang menjadi batas perubahan positif ke negatif atau sebaliknya adalah $x = 0$, yakni pusat titik $O(0, 0)$. Sehingga daerah sebelah kanan $x = 0$ merupakan daerah positif dengan fungsi $y_1 = x$ dan daerah sebelah kiri $x = 0$ merupakan daerah negatif dengan fungsi $y_1 = -x$. Gambar grafiknya adalah sebagai berikut :



Berdasarkan definisi dan gambar grafik di atas dapat disimpulkan bahwa harga $|x|$ pada dasarnya menyatakan besar simpangan dari titik $x = 0$

Dari penjelasan di atas, dapat dilihat bahwa langkah terpenting dari menggambar grafik fungsi nilai mutlak adalah bagaimana menentukan fungsi untuk daerah positif dan daerah negatif. Dengan kata lain, bagaimana mengubah dari fungsi nilai mutlak menjadi fungsi uraian

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Ubahlah bentuk fungsi nilai mutlak berikut ini menjadi fungsi uraian

(a) $f(x) = |x - 4|$

(b) $f(x) = |3x + 9|$

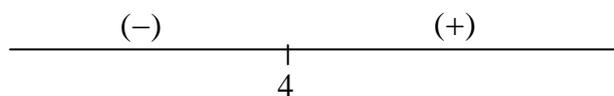
(c) $f(x) = |10 - 2x|$

Jawab

(a) $f(x) = |x - 4|$

Batas interval : $x - 4 = 0$

$x = 4$



sehingga: untuk $x \geq 4$ maka $y_1 = x - 4$

untuk $x < 4$ maka $y_2 = -(x - 4)$

$y_2 = 4 - x$

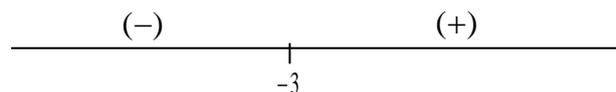
Jadi : $f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \geq 4 \\ 4 - x, & x < 4 \end{cases}$

(b) $f(x) = |3x + 9|$

Batas interval : $3x + 9 = 0$

$3x = -9$

$x = -3$



sehingga: untuk $x \geq -3$ maka $y_1 = 3x + 9$

untuk $x < -3$ maka $y_2 = -(3x + 9)$

$y_2 = -3x - 9$

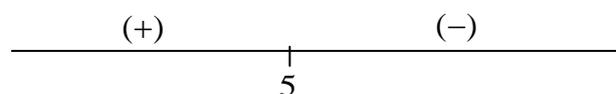
Jadi : $f(x) = \begin{cases} 3x + 9, & x \geq -3 \\ -3x - 9, & x < -3 \end{cases}$

(c) $f(x) = |10 - 2x|$

Batas interval : $-2x = 0$

$-2x = -10$

$x = 5$



sehingga: untuk $x \leq 5$ maka $y_1 = 10 - 2x$

$$\begin{aligned} \text{untuk } x > 5 \text{ maka } y_2 &= -(10 - 2x) \\ y_2 &= 2x - 10 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi : } f(x) = \begin{cases} 10 - 2x, & x \leq 5 \\ 2x - 10, & x > 5 \end{cases}$$

02. Ubahlah bentuk fungsi nilai mutlak berikut ini menjadi fungsi uraian

(a) $f(x) = |4x - 8| + 3$

(b) $f(x) = |9 - 3x| - 2x$

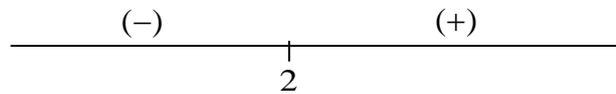
Jawab

(a) $f(x) = |4x - 8| + 3$

Batas interval : $4x - 8 = 0$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$



sehingga: untuk $x \geq 2$ maka $y_1 = (4x - 8) + 3$

$$y_1 = 4x - 5$$

untuk $x < 2$ maka $y_2 = -(4x - 8) + 4$

$$y_2 = -4x + 12$$

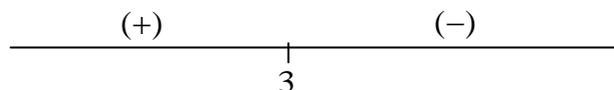
$$\text{Jadi : } f(x) = \begin{cases} 4x - 5, & x \geq 2 \\ -4x + 12, & x < 2 \end{cases}$$

(b) $f(x) = |9 - 3x| - 2x$

Batas interval : $9 - 3x = 0$

$$-3x = -9$$

$$x = 3$$



sehingga: untuk $x \leq 3$ maka $y_1 = (9 - 3x) - 2x$

$$y_1 = 9 - 5x$$

untuk $x > 3$ maka $y_2 = -(9 - 3x) - 2x$

$$y_2 = -9 + 3x - 2x$$

$$y_2 = x - 9$$

$$\text{Jadi : } f(x) = \begin{cases} 9 - 5x, & x \leq 3 \\ x - 9, & x > 3 \end{cases}$$

Untuk menggambar grafik fungsi nilai mutlak diperlukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Merubah fungsi nilai mutlak menjadi fungsi uraian
2. Membagi daerah pada sumbu koordinat menjadi interval-interval (sesuai dengan fungsi uraian), serta menetapkan titik-titik bantu pada setiap batas interval dan titik bantu pada interval paling kiri dan paling kanan)
3. Melukis grafik fungsi uraian untuk setiap interval-interval yang telah ditentukan

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

04. Gambarlah setiap grafik fungsi kuadrat berikut dalam koordinat Cartesius

(a) $f(x) = |x - 3|$

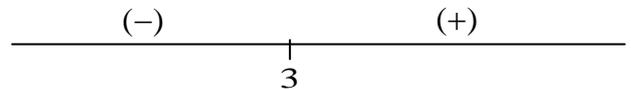
(b) $f(x) = |6 - 3x|$

(c) $f(x) = |2x + 6| - 4$

Jawab

(a) $f(x) = |x - 3|$

Batas interval : $x - 3 = 0$
 $x = 3$



sehingga: untuk $x \geq 3$ maka $y_1 = x - 3$

untuk $x < 3$ maka $y_2 = -(x - 3)$

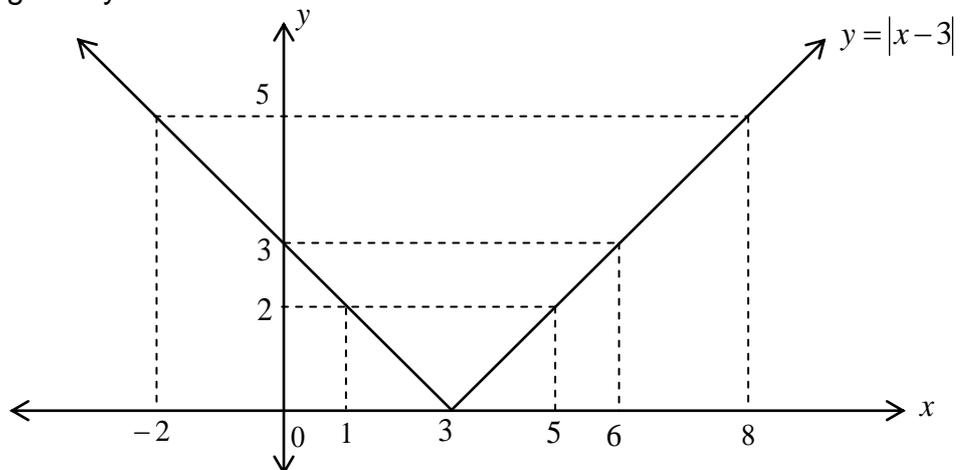
$y_2 = -x + 3$

Jadi : $f(x) = \begin{cases} x - 3, & x \geq 3 \\ -x + 3, & x < 3 \end{cases}$

Untuk menentukan titik-titik bantu disusun tabel sebagai berikut:

x	y	(x, y)	Keterangan
0	3	(0, 3)	Interval kiri
3	0	(3, 0)	Batas Interval
5	2	(5, 2)	Interval Kanan

Gambar grafiknya :

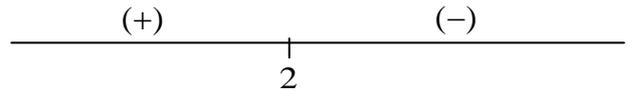


(b) $f(x) = |6 - 3x|$

Batas interval : $6 - 3x = 0$

$-3x = -6$

$x = 2$



sehingga: untuk $x \leq 2$ maka $y_1 = 6 - 3x$

untuk $x > 2$ maka $y_2 = -(6 - 3x)$

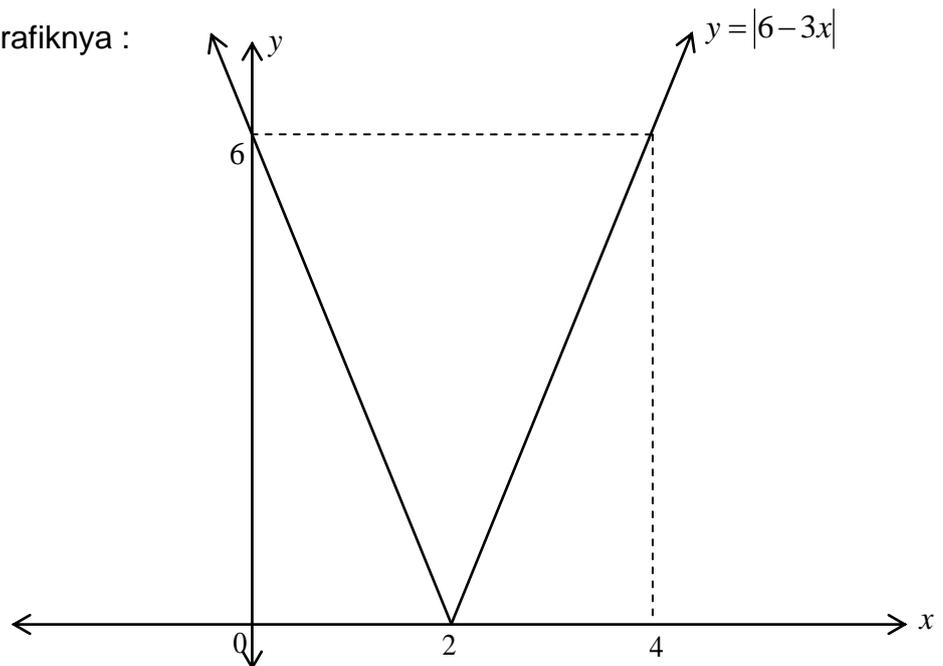
$y_2 = 3x - 6$

Jadi : $f(x) = \begin{cases} 6 - 3x, & x \leq 2 \\ 3x - 6, & x > 2 \end{cases}$

Untuk menentukan titik-titik bantu disusun tabel sebagai berikut:

x	y	(x, y)	Keterangan
0	6	(0, 6)	Interval kiri
2	0	(2, 0)	Batas Interval
4	6	(4, 6)	Interval Kanan

Gambar grafiknya :

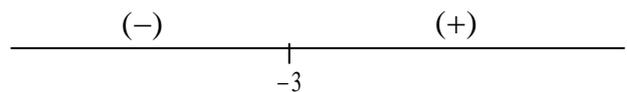


(c) $f(x) = |2x + 6| - 4$

Batas interval : $2x + 6 = 0$

$2x = -6$

$x = -3$



sehingga: untuk $x \geq -3$ maka $y_1 = (2x + 6) - 4$

$y_1 = 2x + 2$

untuk $x < -3$ maka $y_2 = -(2x + 6) - 4$

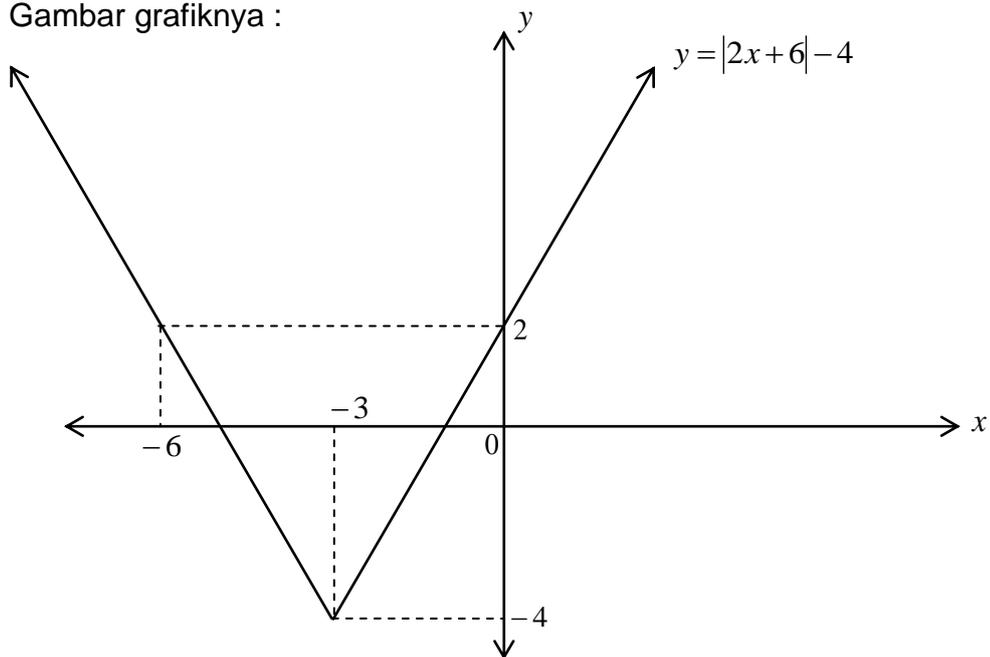
$y_2 = -2x - 10$

$$\text{Jadi : } f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & x \geq -3 \\ -2x - 10, & x < -3 \end{cases}$$

Untuk menentukan titik-titik bantu disusun tabel sebagai berikut:

x	y	(x, y)	Keterangan
-6	2	(-6, 2)	Interval kiri
-3	-4	(-3, -4)	Batas Interval
0	2	(0, 2)	Interval Kanan

Gambar grafiknya :



06. Tentukanlah titik potong fungsi $y = |2x - 5| + 7$ dengan sumbu-X

Jawab

Syarat : $y = 0$

$$\text{Maka } |2x - 5| + 7 = 0$$

$$|2x - 5| = -7$$

$$(2x - 5)^2 = (-7)^2$$

$$4x^2 - 20x + 25 = 49$$

$$4x^2 - 20x - 24 = 0$$

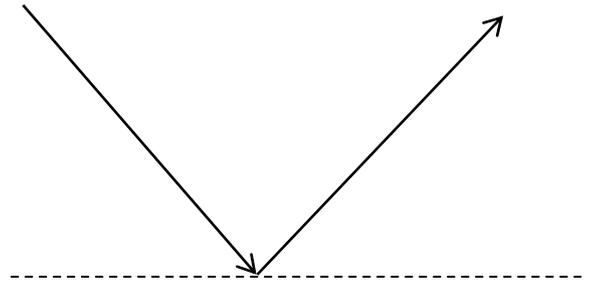
$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 6 \text{ dan } x_2 = -1$$

Jadi titik potongnya $(-1, 0)$ dan $(6, 0)$

06. Seekor burung camar laut terbang pada ketinggian 20 m melihat ikan di permukaan laut pada jarak 25 m sehingga ia terbang menukik menyambar ikan tersebut dan terbang kembali ke udara seperti gambar di samping.



Jika diasumsikan permukaan laut sebagai sumbu-X dan fungsi pergerakan burung tersebut adalah $y = |x - a|$, maka tentukanlah nilai a

Jawab

$$OB^2 = AB^2 - OA^2$$

$$a^2 = 25^2 - 20^2$$

$$a^2 = 625 - 400$$

$$a^2 = 225$$

$$a = 15$$

Jadi

$$y = |x - 15|$$

