

BARISAN DAN DERET

D. Barisan dan Deret Geometri Tak Hingga

Barisan geometri tak hingga adalah suatu barisan geometri yang mempunyai tak hingga banyaknya suku-suku. Barisan geometri tak hingga dikatakan konvergen jika suku ke tak hingga dari barisan itu menuju ke suatu nilai tertentu. Syaratnya jika nilai rasio terletak antara -1 dan 1.

Deret geometri tak hingga yang konvergen ini dapat ditentukan jumlahnya, dengan aturan sebagai berikut :

Jika $-1 < r < 1$ maka jumlah sampai takhingga suku-sukunya ($n = \infty$) diperoleh :

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_\infty = \frac{a(r^\infty - 1)}{r - 1}$$

$$S_\infty = \frac{a(0 - 1)}{r - 1}$$

$$S_\infty = \frac{-a}{r - 1}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} \dots\dots\dots (6)$$

Untuk lebih memantapkan pemahaman konsep di atas ikutilah contoh soal berikut ini:

01. Suatu deret geometri diketahui suku pertamanya 4. Jika jumlah tak hingga suku-suku deret geometri itu adalah 12, tentukanlah rasionya !

Jawab

$$a = 4$$

$$S_\infty = 12$$

$$\text{Maka } S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

$$12 = \frac{4}{1 - r}$$

$$12(1 - r) = 4$$

$$12 - 12r = 4$$

$$-12r = -8 \text{ maka } r = 2/3$$

02. Suatu deret geometri tak hingga diketahui suku pertamanya 24 dan rasionya $1/3$.
Tentukanlah jumlah suku-suku genapnya !

Jawab

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 + ar^6 + ar^7 + ar^8 + ar^9 + ar^{10} + \dots = S_{\infty}$$

suku-suku genapnya adalah :

$$ar + ar^3 + ar^5 + ar^7 + ar^9 + \dots = S_{\infty}$$

sehingga : suku pertama = ar dan rasio = $\frac{ar^3}{ar} = r^2$

Jumlah sampai tak hingga suku-suku genap : $S_{\infty} = \frac{ar}{1-r^2}$

$$S_{\infty} = \frac{24(1/3)}{1-(1/3)^2}$$

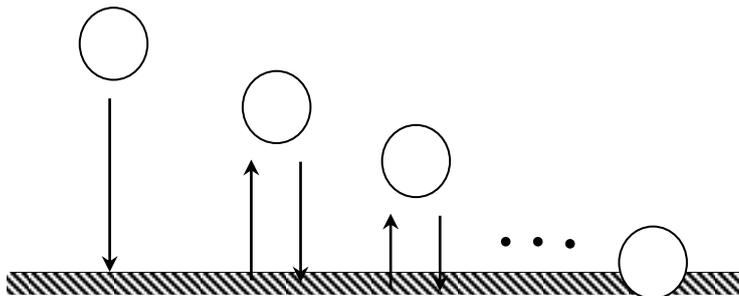
$$S_{\infty} = \frac{8}{1-(1/9)}$$

$$S_{\infty} = \frac{8}{8/9}$$

$$S_{\infty} = 9$$

03. Sebuah bola dijatuhkan ke lantai dari ketinggian 12 m. Jika setiap kali jatuh, bola memantul kembali ke atas dengan ketinggian $2/3$ dari ketinggian sebelumnya, maka hitunglah panjang lintasan bola dari mulai dijatuhkan hingga berhenti !

Jawab



Lintasan ke bawah : 12, 8, $16/3$, $32/9$, $64/27$, $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{12}{1-(2/3)} = \frac{12}{1/3} = 36$

Lintasan ke atas : 8, $16/3$, $32/9$, $64/27$, $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{8}{1-(2/3)} = \frac{8}{1/3} = 24$

Jadi total lintasan seluruhnya = $36 + 24 = 60$ m

Jika dianalisa secara umum, rumus menentukan panjang lintasan benda yang dijatuhkan dari ketinggian h dan setelah menyentuh lantai bola memantul sejauh r kali tinggi sebelumnya dapat ditentukan sebagai berikut :

$$\text{Lintasan ke bawah : } S_{\infty} = \frac{h}{1-r}$$

$$\text{Lintasan ke bawah : } S_{\infty} = \frac{hr}{1-r}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga total lintasan seluruhnya} &= \frac{h}{1-r} + \frac{hr}{1-r} \\ &= \frac{h+hr}{1-r} \\ &= \left(\frac{1+r}{1-r} \right) h \end{aligned}$$