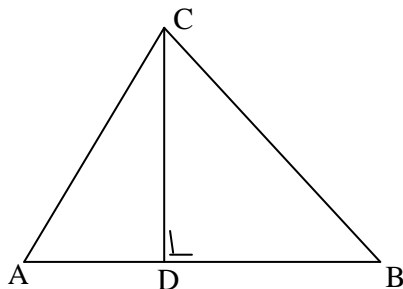


# ATURAN SINUS DAN COSINUS

## A. Aturan Sinus

Dalam pembahasan sebelumnya, telah diuraikan aturan perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut pada segitiga siku-siku. Selanjutnya akan dibahas pula aturan perbandingan trigonometri untuk sudut pada segitiga bukan siku-siku. Aturan ini terdiri dari aturan sinus dan aturan kosinus.

### (1) Aturan Sinus



Pada segitiga ABC diketahui sisi  $AB = c$   
 sisi  $AC = b$   
 sisi  $BC = a$

Terdapat garis  $CD$  tegak lurus  $AB$  sehingga terbentuk dua segitiga siku-siku, yakni  $ADC$  dan  $BDC$

Tinjau segitiga  $ADC$  :  $\sin A = \frac{CD}{AC}$   
 $\sin A = \frac{CD}{b}$  sehingga  $CD = b \cdot \sin A$  ..... (1)

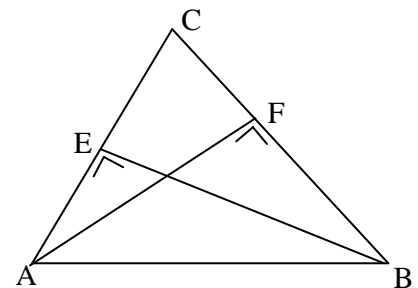
Tinjau segitiga  $BDC$  :  $\sin B = \frac{CD}{BC}$   
 $\sin B = \frac{CD}{a}$  sehingga  $CD = a \cdot \sin B$  ..... (2)

Dari (1) dan (2) didapat  $b \cdot \sin A = a \cdot \sin B$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

Dengan cara yang sama jika dari titik  $B$  ditarik garis  $BE$  yang tegak lurus  $AC$  maka

diperoleh persamaan  $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$



Jika dari titik  $A$  ditarik garis  $AF$  yang tegak lurus  $BC$  maka diperoleh  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Sehingga diperoleh kesimpulan pada segitiga  $ABC$  berlaku  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Untuk lebih jelasnya, ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Suatu segitiga ABC diketahui panjang sisi BC = 8 cm,  $\angle B = 45^\circ$  dan  $\angle A = 30^\circ$ ,  
maka tentukanlah panjang sisi AC

Jawab

Diketahui BC = a = 8 cm  
 $\angle B = 45^\circ$   
 $\angle A = 30^\circ$

Ditanya : AC = b = .....

Maka :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{8}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ}$$

$$b = \frac{8 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$b = \frac{8 \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)}{\frac{1}{2}}$$

$$b = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

02. Suatu segitiga PQR diketahui panjang sisi PQ = 6 cm,  $\angle Q = 45^\circ$  dan  $\angle R = 120^\circ$   
maka tentukanlah panjang PR

Jawab

Diketahui PQ = r = 6 cm  
 $\angle Q = 45^\circ$   
 $\angle R = 120^\circ$

Ditanya : PR = q = .....

Maka :

$$\frac{q}{\sin Q} = \frac{r}{\sin R}$$

$$\frac{q}{\sin 45^\circ} = \frac{6}{\sin 120^\circ}$$

$$q = \frac{6 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$q = \frac{6 \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$$

$$q = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$q = \frac{6\sqrt{6}}{3}$$

$$q = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

03. Sebuah segitiga ABC diketahui panjang sisi  $AB = 12\sqrt{2}$  cm dan sisi  $AC = 4\sqrt{6}$  cm serta  $\angle C = 60^\circ$ , maka tentukanlah besar  $\angle B$

Jawab

$$\text{Diketahui } AB = c = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AC = b = 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\angle C = 60^\circ$$

Ditanya :  $\angle B = \dots\dots\dots?$

Maka :

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{4\sqrt{6}}{\sin B} = \frac{12\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}$$

$$4\sqrt{6} \sin 60^\circ = 12\sqrt{2} \sin B$$

$$\sin B = \frac{4\sqrt{6} \sin 60^\circ}{12\sqrt{2}}$$

$$\sin B = \frac{4\sqrt{6} \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}{12\sqrt{2}}$$

$$\sin B = \frac{2\sqrt{18}}{12\sqrt{2}}$$

$$\sin B = \frac{1}{2}$$

$$\angle B = 30^\circ$$

04. Sebuah segitiga PQR diketahui sisi  $p = 4$  cm,  $q = 4\sqrt{3}$  cm dan  $\angle P = 30^\circ$ , maka tentukanlah panjang sisi r

Jawab

$$\text{Diketahui } p = 4 \text{ cm}$$

$$q = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\angle P = 30^\circ$$

Ditanya :  $r = \dots\dots\dots?$

Maka :

$$\frac{p}{\sin P} = \frac{q}{\sin Q}$$

$$\frac{4}{\sin 30^{\circ}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin Q}$$

$$4 \cdot \sin Q = 4\sqrt{3} \sin 30^{\circ}$$

$$\sin Q = \frac{4\sqrt{3} (1/2)}{4}$$

$$\sin Q = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

maka  $\angle Q = 60^{\circ}$  dan  $\angle Q = 120^{\circ}$

Untuk  $\angle Q = 60^{\circ}$  diperoleh :  $\angle P + \angle Q + \angle R = 180^{\circ}$

$$30^{\circ} + 60^{\circ} + \angle R = 180^{\circ}$$

$$\angle R = 90^{\circ}$$

Sehingga :  $\frac{p}{\sin P} = \frac{r}{\sin R}$

$$\frac{4}{\sin 30^{\circ}} = \frac{r}{\sin 90^{\circ}}$$

$$\frac{4}{1/2} = \frac{r}{1}$$

$$r = 8 \text{ cm}$$

Untuk  $\angle Q = 120^{\circ}$  diperoleh :  $\angle P + \angle Q + \angle R = 180^{\circ}$

$$30^{\circ} + 120^{\circ} + \angle R = 180^{\circ}$$

$$\angle R = 30^{\circ}$$

Sehingga :  $\frac{p}{\sin P} = \frac{r}{\sin R}$

$$\frac{4}{\sin 30^{\circ}} = \frac{r}{\sin 30^{\circ}}$$

$$r = 4 \text{ cm}$$

05. Pada segi empat ABCD disamping, tentukanlah panjang sisi BC

Jawab

$$105^{\circ} + 30^{\circ} + \angle D = 180^{\circ}$$

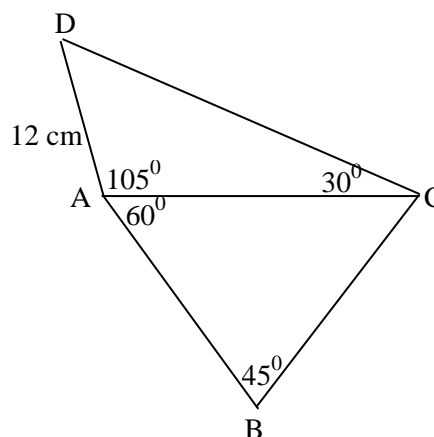
$$130^{\circ} + \angle D = 180^{\circ}$$

$$\angle D = 45^{\circ}$$

Maka pada segitiga ACD

$$\frac{12}{\sin 30^{\circ}} = \frac{AC}{\sin 45^{\circ}}$$

$$AC = \frac{12 \sin 45^{\circ}}{\sin 30^{\circ}}$$



$$AC = \frac{12 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}{\frac{1}{2}} = 12\sqrt{3}$$

Pada segitiga ABC :

$$\frac{AC}{\sin 45^{\circ}} = \frac{BC}{\sin 60^{\circ}}$$
$$\frac{12\sqrt{3}}{\sin 45^{\circ}} = \frac{BC}{\sin 60^{\circ}}$$
$$BC = \frac{12\sqrt{3} \cdot \sin 60^{\circ}}{\sin 45^{\circ}}$$
$$BC = \frac{12 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$$
$$BC = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$BC = 6\sqrt{6}$$