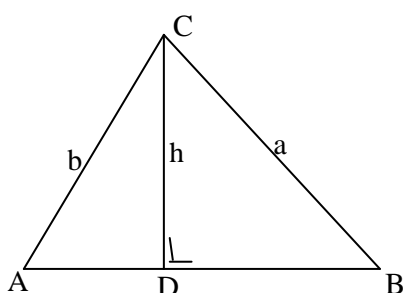


ATURAN SINUS DAN COSINUS

B. Aturan Cosinus

Dalam pembahasan sebelumnya, telah diuraikan aturan perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut pada segitiga siku-siku. Selanjutnya akan dibahas pula aturan perbandingan trigonometri untuk sudut pada segitiga bukan siku-siku. Aturan ini terdiri dari aturan sinus dan aturan kosinus.

(2) Aturan koinus



Pada segitiga ABC diketahui sisi $AB = c$
 sisi $AC = b$
 sisi $BC = a$

Terdapat garis tinggi $CD = h$ tegak lurus AB sehingga menurut teorema Pythagoras berlaku
 $BC^2 = BD^2 + DC^2$
 $a^2 = BD^2 + h^2$ (1)

Menurut aturan perbandingan sinus, berlaku : $\sin A = \frac{h}{b}$,

$$h = b \cdot \sin A \text{(2)}$$

Menurut aturan perbandingan kosinus, berlaku : $\cos A = \frac{AD}{b}$,

$$AD = b \cdot \cos A$$

Karena $BD = AB - AD$

maka $BD = c - b \cdot \cos A$ (3)

Dari (1), (2) dan (3) diperoleh : $a^2 = BD^2 + h^2$

$$a^2 = (c - b \cdot \cos A)^2 + (b \cdot \sin A)^2$$

$$a^2 = c^2 - 2 \cdot c \cdot b \cdot \cos A + b^2 \cdot \cos^2 A + b^2 \cdot \sin^2 A$$

$$a^2 = c^2 - 2 \cdot c \cdot b \cdot \cos A + b^2 \cdot [\cos^2 A + \sin^2 A]$$

$$a^2 = c^2 - 2 \cdot c \cdot b \cdot \cos A + b^2 \cdot [1]$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

Dengan cara yang sama, jika ditarik garis tinggi h dari titik A dan titik B , maka akan didapat bentuk aturan kosinus yang lain, yakni : $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

Sehingga disimpulkan : Pada segitiga ABC berlaku: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

Untuk lebih jelasnya, ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Sebuah segitiga ABC diketahui panjang sisi AC = 6 cm dan sisi BC = 4 cm serta $\angle C = 120^\circ$ Maka tentukanlah panjang sisi AB

Jawab

Diketahui $AC = b = 6$ cm

$$BC = a = 4$$
 cm

$$\angle C = 120^\circ$$

Ditanya : $AB = c = \dots\dots\dots?$

Maka :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$$

$$c^2 = 4^2 + 6^2 - 2(4)(6).\cos 120^\circ$$

$$c^2 = 16 + 36 - 48.(-1/2)$$

$$c^2 = 16 + 36 + 24$$

$$c^2 = 76$$

$$\text{Jadi } AB = c = \sqrt{76} = 2\sqrt{19} \text{ cm}$$

02. Suatu segitiga KLM diketahui sisi KL = 6 cm dan LM = $\sqrt{27}$ cm serta KM = 3 cm. Maka tentukanlah besar $\angle L$

Jawab

Diketahui $KL = m = 6$ cm

$$LM = k = \sqrt{27}$$
 cm

$$KM = l = 3$$
 cm

Ditanya : $\angle L = \dots\dots\dots?$

Maka :

$$l^2 = k^2 + m^2 - 2.k.m.\cos L$$

$$3^2 = (\sqrt{27})^2 + 6^2 - 2(\sqrt{27})(6).\cos L$$

$$9 = 27 + 36 - 2.(3\sqrt{3})(6).\cos L$$

$$9 = 63 - 36\sqrt{3}.\cos L$$

$$36\sqrt{3}.\cos L = 63 - 9$$

$$36\sqrt{3}.\cos L = 54$$

$$\cos L = \frac{54}{36\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\cos L = \frac{54\sqrt{3}}{108}$$

$$\cos L = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\text{Jadi } \angle L = 30^\circ$$

03. Dari segitiga ABC diketahui sisi $c = 2$ cm, sisi $a = \sqrt{12}$ cm dan $\angle C = 30^\circ$ maka tentukanlah panjang sisi b

Jawab

Diketahui $c = 2$ cm

$a = \sqrt{12}$ cm

$\angle C = 30^\circ$

Ditanya : $b = \dots\dots\dots?$

Maka :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$$

$$2^2 = (\sqrt{12})^2 + b^2 - 2(\sqrt{12})(b).\cos 30^\circ$$

$$4 = 12 + b^2 - 2.(2\sqrt{3})(b).\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$4 = 12 + b^2 - 6b$$

$$0 = b^2 - 6b + 12 - 4$$

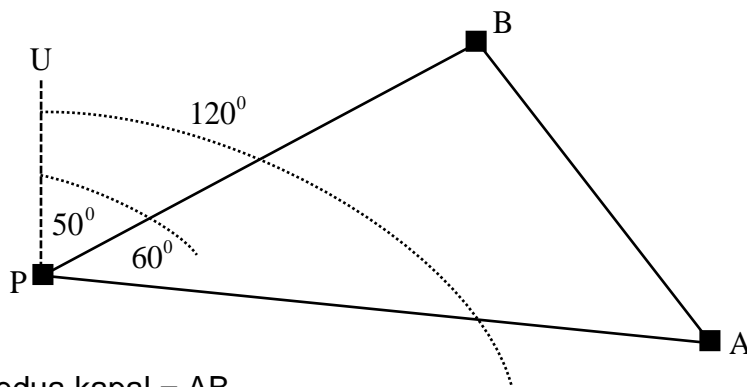
$$0 = b^2 - 6b + 8$$

$$0 = (b - 4)(b - 2)$$

Jadi sisi $b = 4$ cm atau $b = 2$ cm

04. Sebuah kapal berlayar dengan arah 110° dari suatu pelabuhan dengan kecepatan 12 km/jam. Pada saat yang sama terdapat kapal lain yang berlayar dengan arah 50° dari pelabuhan tersebut dengan kecepatan 8 km/jam. Berapa jarak kedua kapal itu setelah berlayar selama 5 jam ?

Jawab



Jarak kedua kapal = AB

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

maka $s_A = v_A \cdot t_A = 12 \cdot 5 = 60$ km Jadi $PA = 60$

$s_B = v_B \cdot t_B = 8 \cdot 5 = 40$ km Jadi $PB = 40$

sehingga : $p^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos P$

$$p^2 = 40^2 + 60^2 - 2.40.60.\cos 60^\circ$$

$$p^2 = 1600 + 3600 - 2.40.60.(1/2)$$

$$p^2 = 5200 - 2400$$

$$p^2 = 2800$$

$$\text{maka } p = \sqrt{2800}$$

$$p = 20\sqrt{7}$$

$$\text{Jadi jarak kedua kapal} = 20\sqrt{7} \text{ km}$$