

BAB IV

SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL

A. Pengertian Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV)

Persamaan linear dua variabel ialah persamaan yang mengandung dua variabel dimana pangkat/derajat tiap-tiap variabelnya sama dengan satu.

Bentuk Umum PLDV :

$$ax + by = c$$

x dan y disebut variabel

B. Sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)

Sistem persamaan linear dua variabel adalah dua persamaan linear dua variabel yang mempunyai hubungan diantara keduanya dan mempunyai satu penyelesaian.

Bentuk umum SPLDV :

$$ax + by = c$$

$$px + qy = r$$

dengan :

x , y disebut variabel

a, b, p, q disebut koefisien

c , r disebut konstanta

C. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)

Cara penyelesaian SPLDV dapat dilakukan dengan cara :

1. Substitusi

Menggantikan satu variabel dengan variabel dari persamaan yang lain.

contoh :

Carilah penyelesaian sistem persamaan

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

jawab :

Kita ambil persamaan pertama yang akan disubstitusikan yaitu $x + 2y = 8$
Kemudian persamaan tersebut kita ubah menjadi $x = 8 - 2y$,
Kemudian persamaan yang diubah tersebut disubstitusikan ke persamaan $2x - y = 6$ menjadi :

$$2(8 - 2y) - y = 6 \rightarrow (\text{x persamaan kedua menjadi } x = 8 - 2y)$$

$$16 - 4y - y = 6$$

$$16 - 5y = 6$$

$$-5y = 6 - 16$$

$$-5y = -10$$

$$5y = 10$$

$$y = \frac{10}{5} = 2$$

masukkan nilai $y=2$ ke dalam salah satu persamaan :

$$x + 2y = 8$$

$$x + 2 \cdot 2 = 8$$

$$x + 4 = 8$$

$$x = 8 - 4$$

$$x = 4$$

Jadi penyelesaian dari sistem $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ adalah $x = 4$ dan $y = 2$

2. Eliminasi

Dengan cara menghilangkan salah satu variable x atau y

contoh :

Selesaikan soal di atas dengan cara eliminasi:

Jawab ;

$$x + 2y = 8$$

$$2x - y = 6$$

(i) mengeliminasi variable x

$$\begin{array}{r} x + 2y = 8 \quad | \times 2 | \quad 2x + 4y = 16 \\ 2x - y = 6 \quad | \times 1 | \quad \underline{2x - y = 6} \quad - \\ \hline 5y = 10 \end{array}$$

$$5y = 10$$

$$y = \frac{10}{2}$$

$$y = 5$$

masukkan nilai $y = 2$ ke dalam salah satu persamaan

$$x + 2y = 8$$

$$x + 2 \cdot 2 = 8$$

$$x + 4 = 8$$

$$x = 8 - 4$$

$$x = 4$$

Jadi penyelesaian dari sistem $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ adalah $x = 4$ dan $y = 2$

(ii) mengeliminasi variable y

$$\begin{array}{r} x + 2y = 8 \quad | \times 1 | \\ 2x - y = 6 \quad | \times 2 | \\ \hline x + 2y = 8 \\ 4x - 2y = 12 \quad + \\ \hline 5x = 20 \\ x = \frac{20}{5} \\ x = 4 \end{array}$$

masukkan nilai $x = 4$ ke dalam salah satu persamaan

$$x + 2y = 8$$

$$4 + 2y = 8$$

$$2y = 8 - 4$$

$$2y = 4$$

$$y = \frac{4}{2}$$

$$y = 2$$

Jadi penyelesaian dari sistem $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ adalah $x = 4$ dan $y = 2$

* catatan

nilai + atau - digunakan untuk menghilangkan/eliminasi salah satu variable agar menjadi 0

Contoh di atas:

(i) yang dieliminasi adalah x :

x dalam persamaan satu + dan persamaan dua + , untuk eliminasi digunakan tanda –

(ii) yang dieliminasi adalah y :

y dalam persamaan satu +, persamaan dua - , untuk eliminasi digunakan tanda +

3. Grafik

Dengan menggambarkan persamaan linearnya pada koordinat Cartesius, titik potong dari kedua persamaan linier tersebut merupakan penyelesaiannya.

Contoh:

Carilah penyelesaian dari:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

Jawab:

– Tentukan titik potong garis $x + y = 8$ dengan sumbu x dan sumbu y

titik potong dengan sumbu y jika $x = 0$

jika $x = 0 \rightarrow$ maka $y = 8 - x = 8 - 0 = 8$

titik potong dengan sumbu x jika $y = 0$

jika $y = 0 \rightarrow x = 8 - y = 8 - 0 = 8$

Maka persamaan garis $x + y = 8$ adalah melalui titik (0,8) dan (8,0)

- Tentukan titik potong garis $2x - y = 4$ dengan sumbu x dan sumbu y

titik potong dengan sumbu y jika $x = 0$

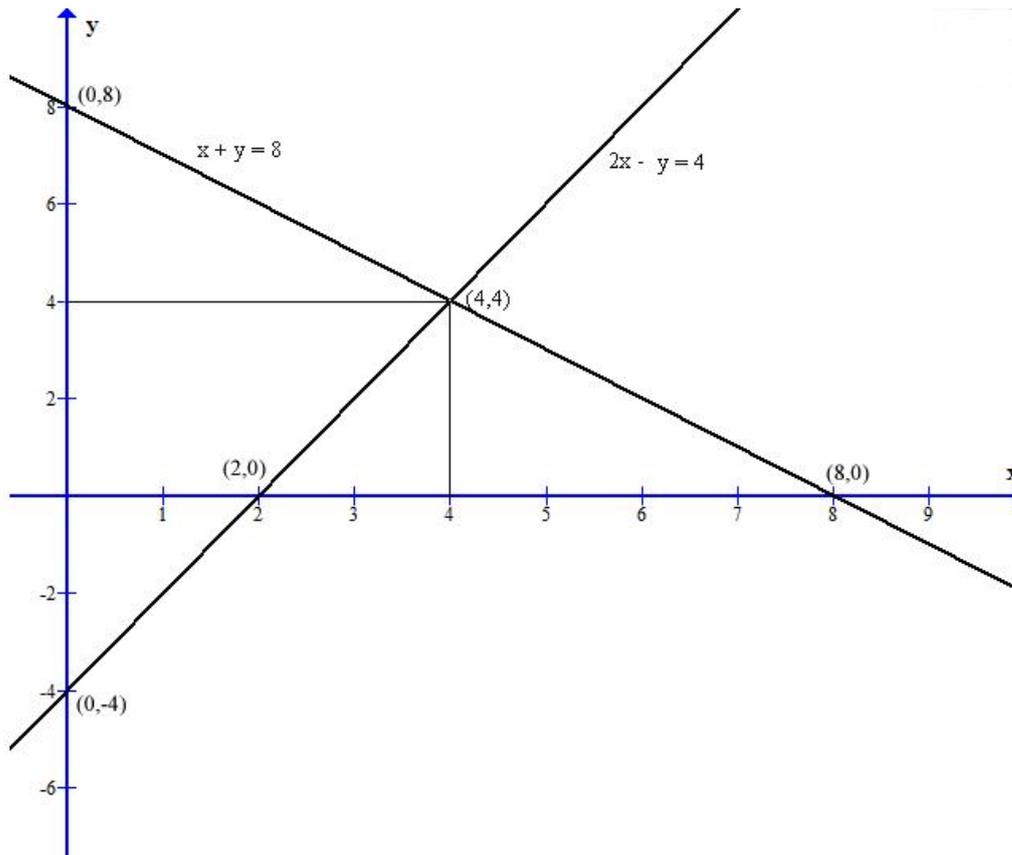
jika $x = 0 \rightarrow$ maka $y = 2x - 4 = 2 \cdot 0 - 4 = -4$

titik potong dengan sumbu x jika $y = 0$

jika $y = 0 \rightarrow 2x = y + 4 = 0 + 4 = 4$, maka $x = \frac{4}{2} = 2$

Maka persamaan garis $2x - y = 4$ adalah melalui titik (0, -4) dan (2,0)

Gambar grafiknya sbb:



dari gambar grafik terlihat titik potong garis $x + y = 8$ dan $2x - y = 4$ adalah $(4,4)$.

Jadi penyelesaian dari $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ adalah $x = 4$ dan $y = 4$

Contoh soal penggunaan sistem persamaan linear dua variabel :

Harga 2 buah mangga dan 3 buah jeruk adalah Rp. 6000, kemudian apabila harga untuk membeli 5 buah mangga dan 4 buah jeruk adalah Rp11.500,-

Berapa jumlah uang yang harus dibayar apabila kita akan membeli 4 buah mangga dan 5 buah jeruk ?

Jawab :

Dalam menyelesaikan persoalan cerita seperti di atas diperlukan penggunaan model matematika.

Misal: harga 1 buah mangga adalah x dan harga 1 buah jeruk adalah y
Maka model matematika soal tersebut di atas menjadi :

$$2x + 3y = 6000$$
$$5x + 4y = 11500$$

Ditanya $4x + 5y = ?$

Kita eliminasi variable x :

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 6000 \quad | \times 5 | \Leftrightarrow 10x + 15y = 30.000 \\ 5x + 4y = 11500 \quad | \times 2 | \Leftrightarrow 10x + 8y = 23.000 \quad - \quad (- \text{ karena } x \text{ persamaan 1 dan 2 } +) \\ \hline 7y = 7.000 \\ y = 1.000 \end{array}$$

masukkan ke dalam salah satu persamaan :

$$2x + 3y = 6000$$
$$2x + 3 \cdot 1000 = 6000$$
$$2x + 3000 = 6000$$
$$2x = 6000 - 3000$$
$$2x = 3000$$
$$x = 1500$$

didapatkan $x = 1500$ (harga sebuah mangga) dan $y = 1000$ (harga sebuah jeruk)

sehingga uang yang harus dibayar untuk membeli 4 buah mangga dan 5 buah jeruk adalah $4x + 5y = 4 \cdot 1500 + 5 \cdot 1000$

$$= 6000 + 5000$$
$$= \text{Rp. } 11.000,-$$