

PROGRAM LINIER

D. Menafsirkan Nilai Optimum dalam Program Linier

Masalah dimulai dari soal cerita dan diakhiri dengan mendapatkan suatu nilai optimum fungsi objektif / fungsi sasaran. Fungsi objektif ini dapat berbentuk fungsi laba, pendapatan, biaya dan sebagainya. Sehingga untuk menyelesaikan program linier lengkap, hendaknya mengikuti langkah-langkah sebagai berikut :

- (1) Menyusun model matematika yang terdiri dari kendala (sistem pertidaksamaan linier) dan fungsi sasaran
- (2) Melukis grafik daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier tersebut serta menentukan titik-titik ujinya
- (3) Menentukan nilai optimum suatu fungsi sasaran dengan cara mensubstitusikan titik-titik uji ke dalam fungsi sasaran

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan pada contoh soal berikut ini

01. Untuk memproduksi sepeda jenis A dengan harga jual Rp.600.000 suatu perusahaan membutuhkan biaya Rp. 200.000 dan waktu 20 jam. Sedangkan sepeda jenis B dengan harga jual Rp. 800.000 membutuhkan biaya Rp. 100.000 dengan waktu 30 jam. Jika dana yang tersedia Rp. 1.200.000 dan waktu kerja 240 jam per bulan, maka tentukanlah hasil penjualan maksimum yang diperoleh tiap bulan

Jawab

Misalkan x = banyaknya sepeda jenis A

y = banyaknya sepeda jenis B

maka dapat disusun kendala biaya dan waktu produksi sebagai berikut:

$$200000x + 100000y \leq 1200000$$

$$20x + 30y \leq 240$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $2x + y \leq 12$

$$2x + 3y \leq 24$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi penjualan : $f(x, y) = 600000x + 800000y$

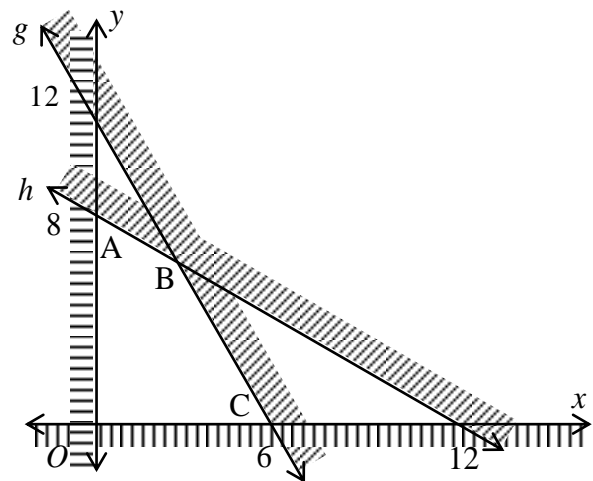
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$$2x + y = 12 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	12	(0,12)
6	0	(6,0)

$$2x + 3y = 24 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	4	(0,8)
12	0	(12,0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 8)

Titik C koordinatnya adalah C(6, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad 2x + y = 12$$

$$(2) \quad 2x + 3y = 24$$

$$-2y = -12 \quad \text{jadi } y = 6$$

karena $2x + y = 12$ maka $2x + 6 = 12$, sehingga $2x = 6 \quad x = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 6)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 600000x + 800000y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 8) \longrightarrow f(A) = 600000(0) + 800000(8) = 6.400.000$$

$$B(3, 6) \longrightarrow f(B) = 600000(3) + 800000(6) = 6.600.000$$

$$C(6, 0) \longrightarrow f(C) = 600000(6) + 800000(0) = 3.600.000$$

Jadi hasil penjualan maksimum yang diperoleh tiap bulan adalah Rp. 6.600.000

02. Sebuah kapal penyeberangan mempunyai 70 tempat duduk. Setiap penumpang kelas utama bagasinya disediakan 100 kg dan setiap penumpang kelas ekonomi 50 kg. Kapal itu hanya dapat menampung bagasi maksimum 5.000 kg. jika tiket untuk kelas utama Rp. 600.000 dan untuk kelas ekonomi Rp. 300.000 maka tentukanlah besarnya pendapatan maksimum untuk sekali jalan

Jawab

Misalkan x = banyaknya penumpang kelas utama

y = banyaknya penumpang kelas ekonomi

maka dapat disusun kendala kapasitas bagasi dan kapasitas tempat duduk sebagai berikut:

$$x + y \leq 70$$

$$100x + 50y \leq 5000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $x + y \leq 70$

$$2x + y \leq 100$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi pendapatan : $f(x, y) = 600000x + 300000y$

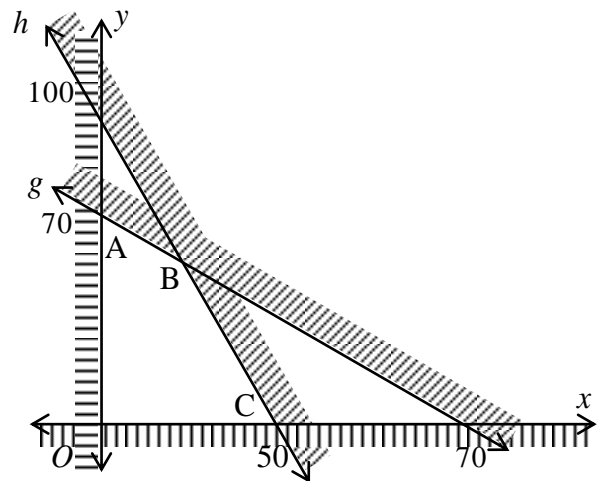
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$x + y = 70$ (g)

x	y	(x,y)
0	70	(0, 70)
70	0	(70, 0)

$2x + y = 100$ (h)

x	y	(x,y)
0	100	(0, 100)
50	0	(50, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 70)

Titik C koordinatnya adalah C(50, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad x + y = 70$$

$$(2) \quad 2x + y = 100$$

$$\begin{array}{r} -x \\ \hline -x = -30 \end{array} \quad \text{jadi } x = 30$$

karena $x + y = 70$ maka $30 + y = 70$, sehingga $y = 40$

Jadi koordinat titik B adalah B(30, 40)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 600000x + 300000y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 70) \longrightarrow f(A) = 600000(0) + 300000(70) = 21.000.000$$

$$B(30, 40) \longrightarrow f(B) = 600000(30) + 300000(40) = 30.000.000$$

$$C(50, 0) \longrightarrow f(C) = 600000(50) + 300000(0) = 30.000.000$$

Jadi besarnya pendapatan maksimum untuk sekali jalan adalah Rp. 30.000.000

03. Seorang anak diharuskan memakan dua jenis tablet tiap hari. Tablet pertama mengandung 2 unit vitamin A dan 2 unit vitamin B, sedangkan tablet kedua mengandung 3 unit vitamin A dan 1 unit vitamin B. Dalam satu hari anak itu memerlukan paling sedikit 12 unit vitamin A dan 8 unit vitamin B. Jika harga tablet pertama Rp. 500 perbutir dan tablet kedua Rp. 1.000 perbutir maka agar pengeluaran minimum banyak tablet pertama yang harus dibeli adalah ...

Jawab

Misalkan x = banyaknya tablet jenis pertama
 y = banyaknya tablet jenis kedua
 maka dapat disusun kendala kebutuhan vitamin A dan vitamin B sebagai berikut:

	Tablet 1	Tablet 2	Persediaan
Vit. A	2	3	12
Vit. B	2	1	8

Dari tabel di atas dapat disusun kendala, yakni : $2x + 3y \geq 12$
 $2x + y \geq 8$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

Fungsi pengeluaran $f(x, y) = 500x + 1000y$

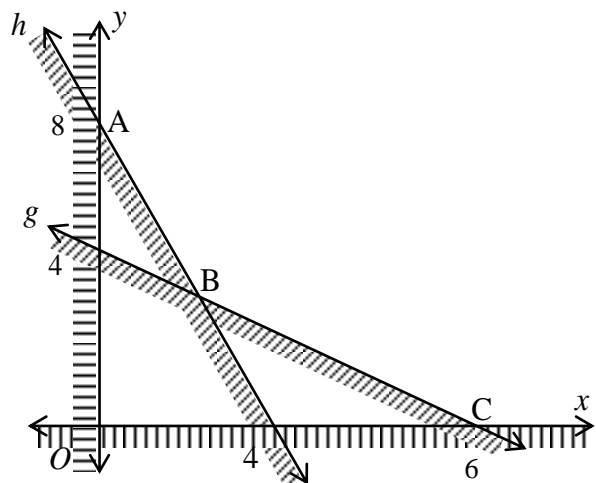
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$2x + 3y = 12$ (g)

x	y	(x,y)
0	4	(0, 4)
6	0	(6, 0)

$2x + y = 8$ (h)

x	y	(x,y)
0	8	(0, 8)
4	0	(4, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 4)

Titik C koordinatnya adalah C(6, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

(1) $2x + 3y = 12$

(2) $2x + y = 8$

$$2y = 4 \quad \text{jadi } y = 2$$

karena $2x + y = 8$ maka $2x + 2 = 8$, sehingga $2x = 6$, $x = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 2)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 500x + 1000y$, sehingga diperoleh :

A(0, 4) \rightarrow $f(A) = 500(0) + 1000(4) = 4.000$

B(3, 2) \rightarrow $f(B) = 500(3) + 1000(2) = 3.500$

C(6, 0) \rightarrow $f(C) = 500(6) + 1000(0) = 3.000$

Jadi besarnya pengeluaran minimum Rp. 3.000 didapat jika dibeli 6 tablet pertama

04. Buku jenis A yang harga belinya Rp. 2.500 dijual dengan harga Rp. 3.000 per buah. Sedangkan buku jenis B yang harga belinya Rp. 5.000 dijual dengan harga Rp. 6.000 perbuah. Seorang pedagang mempunyai modal Rp. 2.500.000 dan kiosnya dapat menampung paling banyak 600 buah buku. Tentukanlah keuntungan maksimum dari penjualan buku tersebut

Jawab

Misalkan x = banyaknya buku jenis A
 y = banyaknya buku jenis B

maka dapat disusun kendala modal dan kapasitas kios sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x + y &\leq 600 \\ 2500x + 5000y &\leq 2500000 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

Jika disederhanakan menjadi :

$$\begin{aligned} x + y &\leq 600 \\ x + 2y &\leq 1000 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

Fungsi laba : $f(x, y) = 500x + 1000y$

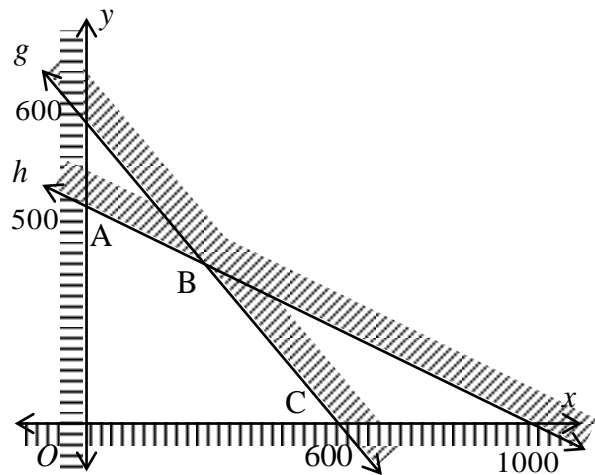
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$x + y = 600$ (g)

x	y	(x,y)
0	600	(0, 600)
600	0	(600, 0)

$x + 2y = 1000$ (h)

x	y	(x,y)
0	500	(0, 500)
1000	0	(1000, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 500)

Titik C koordinatnya adalah C(600, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

(1) $x + y = 600$

(2) $x + 2y = 1000$

$-y = -400$ jadi $y = 400$

karena $x + y = 600$ maka $x + 400 = 600$, sehingga $x = 200$
 Jadi koordinat titik B adalah B(200, 400)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 500x + 1000y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 500) \longrightarrow f(A) = 500(0) + 1000(500) = 500.000$$

$$B(200, 400) \longrightarrow f(B) = 500(200) + 1000(400) = 500.000$$

$$C(600, 0) \longrightarrow f(C) = 500(600) + 1000(0) = 300.000$$

Jadi keuntungan maksimum dari penjualan buku tersebut adalah Rp. 500.000

05. Seorang pedagang minuman menjual dua jenis minuman ringan pada suatu tempat yang dapat menampung 500 botol minuman. Harga beli minuman jenis A dan jenis B masing-masing Rp. 2000 dan Rp 4000 per botol. Jika ia memiliki modal Rp. 1.600.000 serta akan memperoleh laba perbuah Rp. 800 untuk minuman jenis A dan Rp. 600 untuk minuman jenis B, maka berapakah banyaknya minuman minuman jenis A dan B agar diperoleh laba maksimum ?

Jawab

Misalkan x = banyaknya minuman jenis A

y = banyaknya minuman jenis B

maka dapat disusun kendala modal dan kapasitas kios sebagai berikut:

$$x + y \leq 500$$

$$2000x + 4000y \leq 1.600.000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jika disederhanakan menjadi : $x + y \leq 500$

$$x + 2y \leq 800$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi laba : $f(x, y) = 800x + 600y$

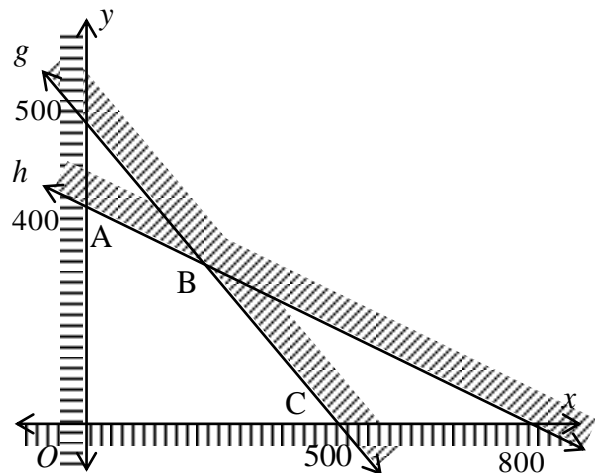
Selanjutnya akan dilukis grafik daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$x + y = 500$ (g)

x	y	(x,y)
0	500	(0, 500)
500	0	(500, 0)

$x + 2y = 800$ (h)

x	y	(x,y)
0	400	(0, 400)
800	0	(800, 0)



Titik A koordinatnya adalah A(0, 400)

Titik C koordinatnya adalah C(500, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad x + y = 500$$

$$(2) \quad \underline{x + 2y = 800}$$

$$-y = -300 \quad \text{jadi } y = 300$$

karena $x + y = 500$ maka $x + 300 = 500$, sehingga $x = 200$

Jadi koordinat titik B adalah B(200, 300)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni

$f(x,y) = 800x + 600y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 400) \longrightarrow f(A) = 800(0) + 600(400) = 240.000$$

$$B(200, 300) \longrightarrow f(B) = 800(200) + 600(300) = 360.000$$

$$C(500, 0) \longrightarrow f(C) = 800(500) + 600(0) = 400.000$$

Jadi keuntungan maksimum yakni sebesar Rp. 400.000 diperoleh jika dijual minuman jenis A saja sebanyak 500 botol