

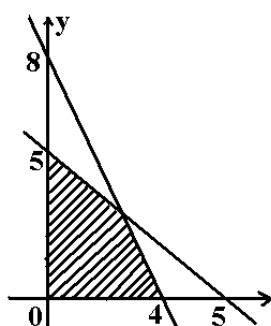
PROGRAM LINIER

C. Nilai Optimum Fungsi Sasaran

Suatu fungsi sasaran dalam program linier dengan dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk : $f(x, y) = ax + by$ dimana a dan b anggota bilangan real. Fungsi objektif ini dimaksudkan untuk menentukan nilai optimum dalam suatu soal cerita. Sedangkan nilai optimum itu sendiri terdiri dari nilai maksimum (misalnya menyangkut laba, pendapatan, dan lain-lain) dan nilai minimum (misalnya menyangkut biaya, kerugian, dan lain-lain).

Nilai optimum suatu fungsi sasaran dapat ditentukan dengan menggunakan titik uji, yaitu titik potong dua garis batas dalam daerah penyelesaian. Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh-contoh soal berikut ini :

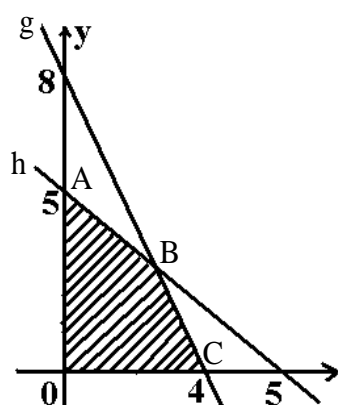
01.



Tentukanlah nilai maksimum dari $f(x,y) = 6x + 2y$ pada daerah yang diarsir di samping

Jawab

Jawab



Garis g melalui dua titik yakni $(0, 8)$ dan $(4, 0)$ sehingga persamaannya

$$8x + 4y = 32$$

$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (1)$$

Garis h melalui dua titik yakni $(0, 5)$ dan $(5, 0)$ sehingga persamaannya

$$5x + 5y = 25$$

$$x + y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

Titik-titik uji yaitu A, B, C dan O . Sehingga

Titik A koordinatnya adalah $A(0, 5)$

Titik C koordinatnya adalah $C(4, 0)$

Titik O koordinatnya adalah $O(0, 0)$

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad 2x + y = 8$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} x + y = 5 \\ \hline x = 3 \end{array}$$

karena $x + y = 5$ maka $3 + y = 5$, sehingga $y = 2$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 2)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 6x + 2y$, sehingga diperoleh :

$$A(0, 5) \longrightarrow f(A) = 6(0) + 2(5) = 10$$

$$B(3, 2) \longrightarrow f(B) = 6(3) + 2(2) = 22$$

$$C(4, 0) \longrightarrow f(C) = 6(4) + 2(0) = 24$$

$$O(0, 0) \longrightarrow f(O) = 6(0) + 2(0) = 0$$

Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 24

02. Tentukanlah nilai maksimum dari $f(x,y) = 5x + 3y$ untuk sistem pertidaksamaan :

$$x + y \leq 6$$

$$2x + 3y \leq 15$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Jawab

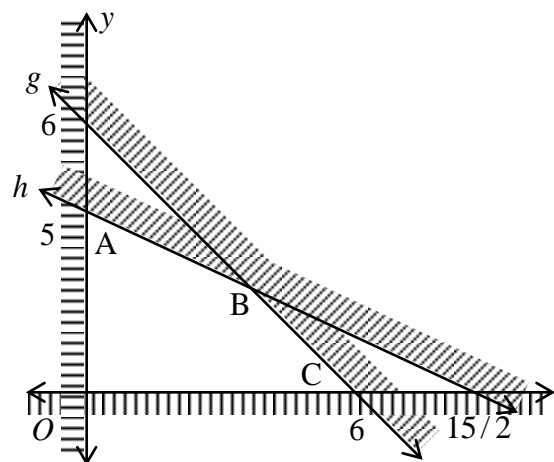
Mula mula kita gambar terlebih dahulu daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas

$$x + y = 6 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	6	(0,6)
6	0	(6,0)

$$2x + 3y = 15 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	5	(0,5)
15/2	0	(15/2,0)



$$x = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-Y}$$

$$y = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-X}$$

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas dari arsiran, dan titik-titik ujungnya adalah A, B dan C

Titik A koordinatnya adalah A(0, 5)

Titik C koordinatnya adalah C(6, 0)

Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$\begin{array}{r|l} (1) & x + y = 6 \\ (2) & 2x + 3y = 15 \end{array} \quad \begin{array}{l} (2) \rightarrow 2x + 2y = 12 \\ (1) \rightarrow \underline{2x + 3y = 15} \\ \hline & -y = -3 \quad \text{jadi } y = 3 \end{array}$$

karena $x + y = 6$ maka $x + 3 = 6$, sehingga $x = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(3, 3)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi optimum yakni $f(x,y) = 5x + 3y$, sehingga diperoleh :

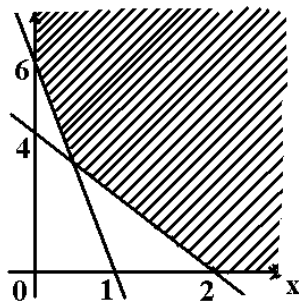
$$A(0, 5) \rightarrow f(A) = 5(0) + 3(5) = 15$$

$$B(3, 3) \rightarrow f(B) = 5(3) + 3(3) = 24$$

$$C(6, 0) \rightarrow f(C) = 5(6) + 3(0) = 30$$

Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 30

03.



Tentukanlah nilai minimum dari $f(x,y) = 4x + 3y$ pada daerah yang diarsir berikut ini

Jawab

Garis g melalui dua titik yakni (0, 6) dan (1, 0) sehingga persamaannya

$$6x + y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

Garis h melalui dua titik yakni (0, 4) dan (2, 0) sehingga persamaannya

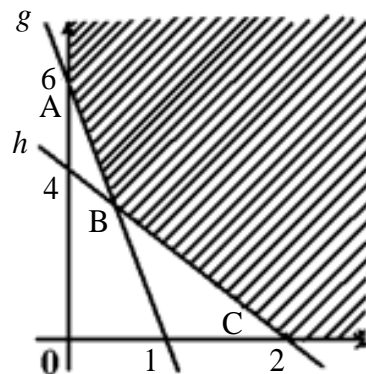
$$\begin{array}{l} 4x + 2y = 8 \\ 2x + y = 4 \dots\dots\dots (2) \end{array}$$

Titik-titik uji yaitu A, B, dan C.

Sehingga

Titik A koordinatnya adalah A(0, 6)

Titik C koordinatnya adalah C(2, 0)



Sedangkan titik B merupakan perpotongan garis g dan h, diperoleh :

$$(1) \quad 6x + y = 6$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} 2x + y = 4 \\ \hline 4x = 2 \quad \text{maka } x = 1/2 \end{array}$$

karena $2x + y = 4$ maka $2(1/2) + y = 4$, sehingga $1 + y = 4$, $y = 3$

Jadi koordinat titik B adalah B(1/2, 3)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi $f(x, y) = 4x + 3y$

$$A(0, 6) \rightarrow f(A) = 4(0) + 3(6) = 18$$

$$B(1/2, 3) \rightarrow f(B) = 4(1/2) + 3(3) = 11$$

$$C(2, 0) \rightarrow f(C) = 4(2) + 3(0) = 8$$

Jadi nilai minimum untuk fungsi ini, yaitu 8

04. Tentukan nilai maksimum bentuk $2x + 2y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan

$$2x + y \leq 8$$

$$3x + 4y \geq 12$$

$$x \geq 2$$

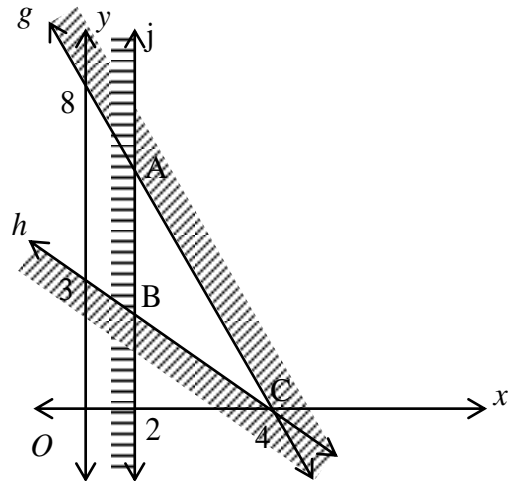
Jawab

$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	8	(0, 8)
4	0	(4, 0)

$$3x + 4y = 12 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	3	(0, 3)
4	0	(4, 0)



$$x = 2 \dots\dots\dots (j)$$

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segitiga yang bebas dari arsiran, dan titik-titik ujinya adalah A, B dan C

Titik C koordinatnya adalah C(4, 0)

Titik B merupakan perpotongan garis h dan j, diperoleh :

$$3x + 4y = 12 \dots\dots\dots (h)$$

$$x = 2 \dots\dots\dots (j)$$

$$\text{sehingga } 3(2) + 4y = 12$$

$$6 + 4y = 12$$

$$4y = 6$$

$$y = 3/2$$

Jadi koordinat titik B adalah B(2, 3/2)

Titik A merupakan perpotongan garis g dan j, diperoleh :

$$2x + y = 8 \dots\dots\dots (g)$$

$$x = 2 \dots\dots\dots (j)$$

$$\text{sehingga } 2(2) + y = 8$$

$$4 + y = 8$$

$$y = 4$$

Jadi koordinat titik A adalah A(2, 4)

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi $f(x,y) = 2x + 2y$,

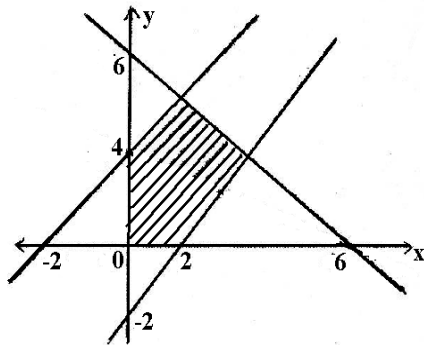
$$A(2, 4) \longrightarrow f(A) = 2(2) + 2(4) = 12$$

$$B(2, 3/2) \longrightarrow f(B) = 2(2) + 2(3/2) = 7$$

$$C(4, 0) \longrightarrow f(C) = 2(4) + 2(0) = 8$$

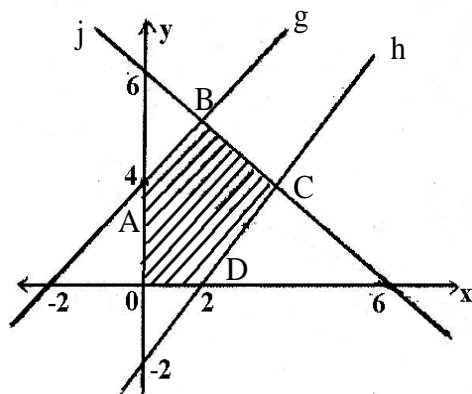
Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 12

05.



Nilai maksimum dari daerah yang diarsir pada gambar di samping untuk fungsi sasaran $f(x,y) = 4x + 10y$ adalah

Jawab



Garis g melalui dua titik $(0, 4)$ dan $(-2, 0)$, yakni

$$4x + (-2)y = -8$$

$$2x - y = -4 \dots\dots\dots (1)$$

Garis h melalui dua titik $(0, -2)$ dan $(2, 0)$, yakni

$$(-2)x + 2y = -4$$

$$x - y = 2 \dots\dots\dots (2)$$

Garis j melalui dua titik $(0, 6)$ dan $(6, 0)$, yakni

$$6x + 6y = 36$$

$$x + y = 6 \dots\dots\dots (3)$$

Titik-titik uji yaitu A, B, C dan D. Sehingga

Titik A koordinatnya adalah $A(0, 4)$

Titik D koordinatnya adalah $D(2, 0)$

Titik B merupakan perpotongan garis g dan j, diperoleh :

$$(1) \quad 2x - y = -4$$

$$(3) \quad \frac{x + y = 6}{3x = 2} \text{ maka } x = 3/2$$

karena $x + y = 6$ maka $3/2 + y = 6$, sehingga $y = 9/2$

Jadi koordinat titik B adalah $B(3/2, 9/2)$

Titik C merupakan perpotongan garis h dan j, diperoleh :

$$(2) \quad x - y = 2$$

$$(3) \quad \frac{x + y = 6}{2x = 8} \text{ maka } x = 4$$

karena $x + y = 6$ maka $4 + y = 6$, sehingga $y = 2$

Jadi koordinat titik C adalah $C(4, 2)$

Selanjutnya titik-titik tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi $f(x,y) = 4x + 10y$,

$$A(0, 4) \longrightarrow f(A) = 4(0) + 10(4) = 40$$

$$B(3/2, 9/2) \longrightarrow f(B) = 4(3/2) + 10(9/2) = 51$$

$$C(4, 2) \longrightarrow f(C) = 4(4) + 10(2) = 36$$

$$D(2, 0) \longrightarrow f(D) = 4(2) + 10(0) = 8$$

Jadi nilai maksimum untuk fungsi ini, yaitu 51