

PROGRAM LINIER

A. Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

Pertidaksamaan linier dua variabel yaitu suatu pertidaksamaan yang memuat dua variabel dengan pangkat tertinggi satu.

Penyelesaian dari pertidaksamaan linier dua variabel ini merupakan gambar daerah pada grafik Catesius (sumbu-XY) yang dibatasi oleh suatu garis linier

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

01. Tentukanlah daerah penyelesaian pertidaksamaan linier $2x + y \leq 6$, dengan x dan y anggota real.

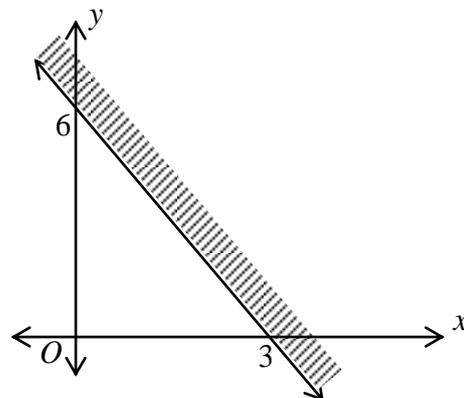
Jawab

Pertama kita lukis garis $2x + y = 6$ dengan bantuan tabel.

x	y	(x,y)
0	6	(0,6)
3	0	(3,0)

Selanjutnya diambil satu titik sembarang sebagai titik uji, misalnya $O(0, 0)$, sehingga diperoleh $2(0) + 0 = 0 \leq 6$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah daerah bagian kiri bawah garis $2x + y = 6$.



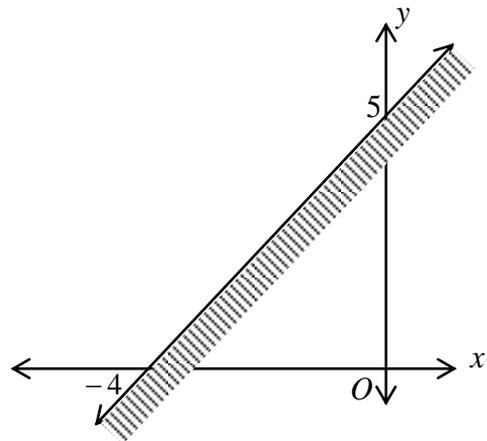
02. Tentukanlah daerah penyelesaian dari pertidaksamaan linier $5x - 4y \leq -20$ dengan x dan y anggota real.

Jawab

Pertama akan dilukis garis $5x - 4y = -20$ ke dalam satu tatanan koordinat Cartesius

x	y	(x, y)
0	5	(0, 5)
-4	0	(-4, 0)

Selanjutnya diambil satu titik sembarang sebagai titik uji, misalnya $O(0, 0)$, Sehingga diperoleh $5(0) - 4(0) = 0 \geq -20$



Jadi himpunan penyelesaiannya adalah daerah kiri atas garis $5x - 4y = -20$.

Jika beberapa pertidaksamaan linier bergabung dalam satu sistem, maka bentuk tersebut dinamakan *sistem pertidaksamaan linier*, dimana himpunan penyelesaiannya merupakan irisan dari daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaan linier.

Untuk pemahaman lebih lanjut akan diuraikan pada contoh soal berikut ini

03. Tentukanlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier :

$$2x + 3y \leq 12, x \geq 1, y \geq 1$$

Jawab

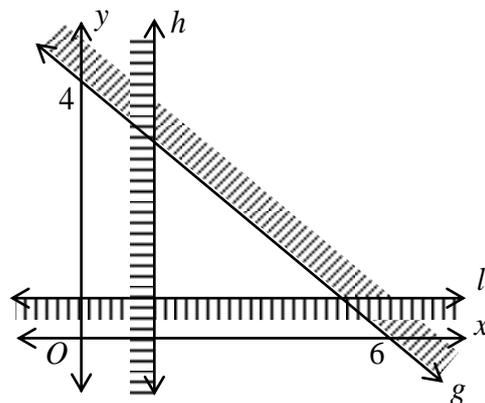
Pertama akan dilukis garis $2x + 3y = 6$, garis $x = 1$ dan garis $y = 1$ ke dalam satu tatanan koordinat Cartesius

$$2x + 3y = 12 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
6	0	(6,0)

$$x = 1 \dots\dots\dots (h)$$

$$y = 1 \dots\dots\dots (l)$$



Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segitiga yang bebas dari arsiran

02. Tentukanlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier ;
 $2x + y \leq 8$, $4x + 5y \leq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

Jawab

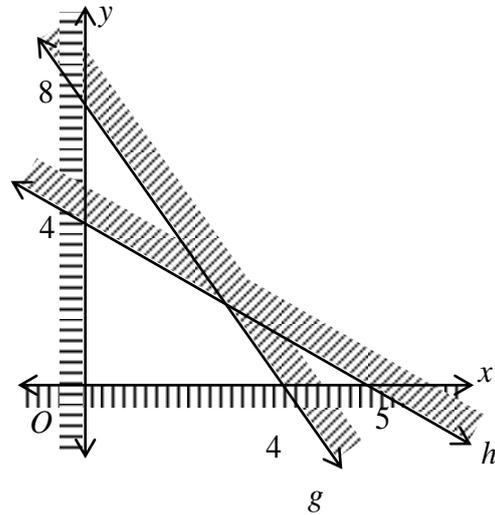
Pertama akan dilukis garis $2x + y = 8$ dan garis $4x + 5y = 20$ ke dalam satu tatanan koordinat Cartesius

$2x + y = 8$ (g)

x	y	(x,y)
0	8	(0,8)
4	0	(4,0)

$4x + 5y = 20$ (h)

x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
5	0	(5,0)



$x = 0$ sumbu-Y

$y = 0$ sumbu-X

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas dari arsiran

03. Tentukanlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier ;
 $2x - 3y \geq -6$, $3x + 5y \leq 15$, $y \geq 0$

Jawab

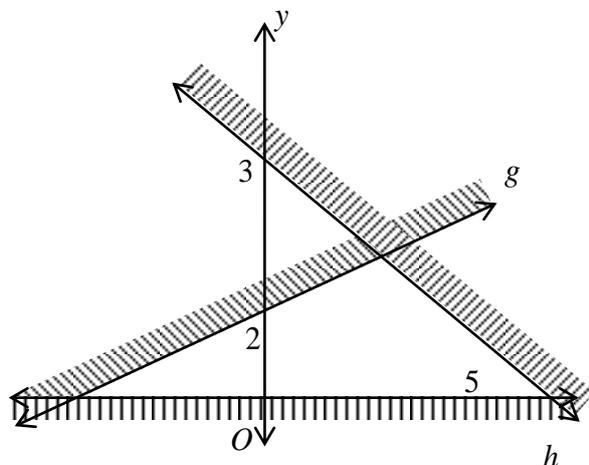
Pertama akan dilukis garis $2x - 3y = -6$, garis $3x + 5y = 15$, garis $y = 0$ ke dalam satu tatanan koordinat Cartesius

$2x - 3y = -6$ (g)

x	y	(x,y)
0	2	(0,2)
-3	0	(-3,0)

$3x + 5y = 15$ (h)

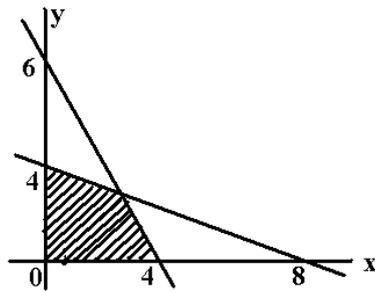
x	y	(x,y)
0	3	(0,3)
5	0	(5,0)



$y = 0$ sumbu-X

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segitiga yang bebas dari arsiran

04.



Tentukanlah sistem pertidaksamaan untuk daerah yang diarsir pada gambar di samping

Jawab

Untuk menentukan sistem pertidaksamaan pada gambar di atas, harus ditentukan terlebih dahulu persamaan garis lurus yang menjadi batas-batas daerahnya, yakni dengan menggunakan rumus :

$$\left. \begin{array}{l} (x_1, y_1) \\ (x_2, y_2) \end{array} \right\} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Pada soal diatas dapat ditentukan

$$\left. \begin{array}{l} (0, 6) \\ (4, 0) \end{array} \right\} \frac{y - 6}{0 - 6} = \frac{x - 0}{4 - 0}$$

$$\frac{y - 6}{-6} = \frac{x}{4}$$

$$4(y - 6) = -6x$$

$$4y - 24 = -6x$$

$$6x + 4y = 24$$

$$3x + 2y = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 4) \\ (8, 0) \end{array} \right\} \frac{y - 4}{0 - 4} = \frac{x - 0}{8 - 0}$$

$$\frac{y - 4}{-4} = \frac{x}{8}$$

$$8(y - 4) = -4x$$

$$8y - 32 = -4x$$

$$4x + 8y = 32$$

$$x + 2y = 8$$

Sehingga sistem pertidaksamaan linier untuk gambar di atas adalah :

$$3x + 2y \leq 12$$

$$x + 2y \leq 8$$

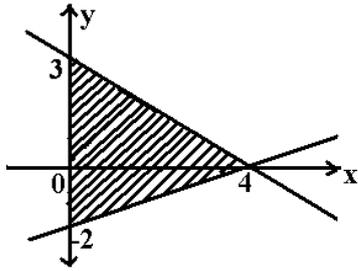
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Catatan : Jika kedua titik yang terletak pada garis lurus tersebut, diketahui berada pada sumbu-X dan sumbu-Y, maka persamaan liniernya dapat ditentukan dengan rumus :

$$\left. \begin{array}{l} (0, a) \\ (b, 0) \end{array} \right\} ax + by = a.b$$

05.



Tentukanlah sistem pertidaksamaan untuk daerah yang diarsir pada gambar di samping

Jawab

Persamaan garis yang melalui titik (4,0) dan (0, 3) adalah

$$\left. \begin{array}{l} (0, 3) \\ (4, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3x + 4y = (3)(4) \\ 3x + 4y = 12 \end{array}$$

Persamaan garis yang melalui titik (4,0) dan (0, -2) adalah

$$\left. \begin{array}{l} (0, -2) \\ (4, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2x + 4y = (-2)(4) \\ -2x + 4y = -8 \\ x - 2y = 4 \end{array}$$

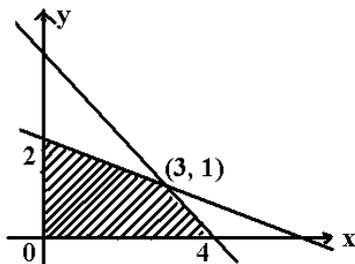
Sehingga sistem pertidaksamaan linier untuk gambar di atas adalah :

$$3x + 4y \leq 12$$

$$x - 2y \leq 4$$

$$x \geq 0$$

06.



Tentukanlah sistem pertidaksamaan untuk daerah yang diarsir pada gambar di samping

Jawab

Persamaan garis yang melalui titik (4, 0) dan (3, 1)

$$\left. \begin{array}{l} (4, 0) \\ (3, 1) \end{array} \right\} \frac{y-0}{1-0} = \frac{x-4}{3-4}$$

$$\frac{y}{1} = \frac{x-4}{-1}$$

$$y = -(x-4)$$

$$y = -x + 4$$

$$x + y = 4$$

Persamaan garis yang melalui titik (0, 2) dan (3, 1)

$$\left. \begin{array}{l} (0, 2) \\ (3, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{y-2}{1-2} = \frac{x-0}{3-0} \\ \frac{y-2}{-1} = \frac{x}{3} \\ 3y - 6 = -x \\ x + 3y = 6 \end{array}$$

Sehingga sistem pertidaksamaan linier untuk gambar di atas adalah :

$$x + y \leq 4$$

$$x + 3y \leq 6$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak sekali masalah-masalah yang penyelesaiannya menggunakan sistem pertidaksamaan linier ini. Proses menyelesaikan masalah sehari-hari dengan menggunakan sistem pertidaksamaan linier ini dinamakan **Program Linier**. Tentu saja, tahap awal proses ini adalah mengubah informasi informasi dalam soal cerita menjadi suatu sistem pertidaksamaan linier. Tahap ini dinamakan tahap menyusun *model matematika*. Setelah itu digambar daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier yang telah diperoleh.

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini.

07. Suatu jenis makanan ternak membutuhkan 5 kg daging dan 3 kg tepung. Makanan ternak jenis lain membutuhkan 6 kg daging dan 8 kg tepung. Jika tersedia daging 60 kg dan tepung 48 kg, sedangkan bahan yang lain cukup tersedia, maka Gambarkanlah daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan liniernya.

Jawab

Misalkan x = banyaknya makanan ternak jenis pertama

y = banyaknya makanan ternak jenis kedua

maka model matematika dapat ditentukan dengan bantuan tabel

	x	y	Persediaan
Daging	5	6	60
Tepung	3	8	48

Dari tabel di atas dapat disusun sistem pertidaksamaan liniernya, yakni :

$$5x + 6y \leq 60$$

$$3x + 8y \leq 48$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

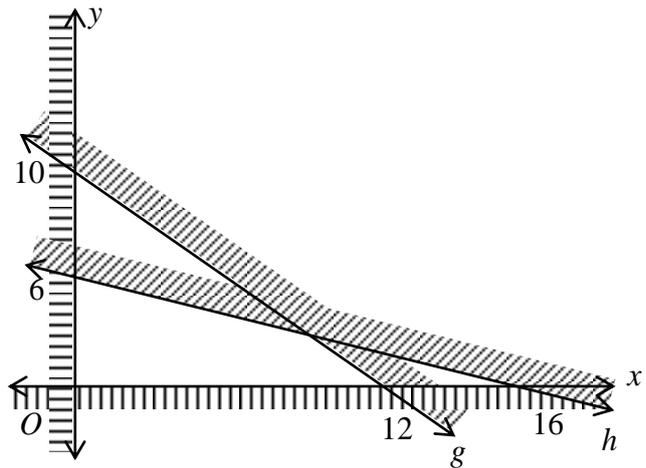
Selanjutnya digambar daerah penyelesaiannya ke dalam koordinat Cartesius

$$5x + 6y = 60 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	10	(0,10)
12	0	(12,0)

$$3x + 8y = 48 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	6	(0,6)
16	0	(16,0)



$x = 0$ sumbu-Y

$y = 0$ sumbu-X

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas dari arsiran

08. Seorang pasien dianjurkan untuk memakan makanan yang mengandung paling sedikit 18 gr vitamin A dan 24 gr vitamin B tiap hari. Suatu takaran obat mengandung 6 gr vitamin A dan 4 gr vitamin B. Sedangkan takaran obat jenis lain mengandung 3 gr vitamin A dan 6 gr vitamin B. Jika pasien itu ingin mencampurkan obat tersebut, maka Gambarkan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan liniernya untuk mendapatkan biaya yang semurah-murahnya

Jawab

Misalkan x = banyaknya obat jenis pertama

y = banyaknya obat jenis kedua

maka dengan bantuan tabel diperoleh :

	x	y	Persediaan
Vitamin A	6	3	18
Vitamin B	4	6	24

Dari tabel di atas dapat disusun sistem pertidaksamaan liniernya, yakni :

$$6x + 3y \geq 18 \longrightarrow 2x + y \geq 6$$

$$4x + 6y \geq 24 \longrightarrow 2x + 3y \geq 12$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

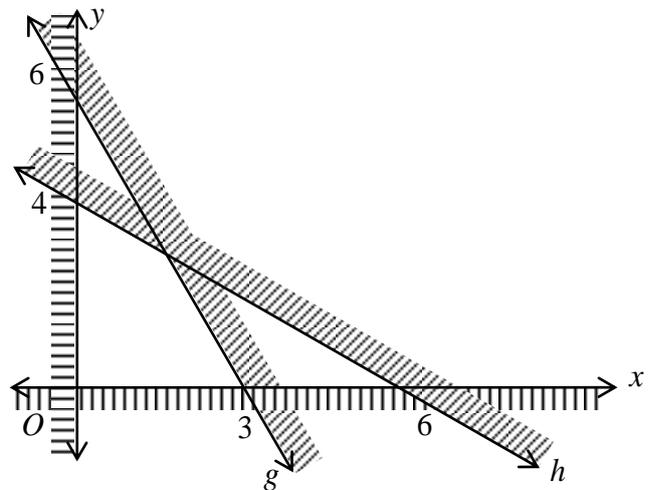
Selanjutnya digambar daerah penyelesaiannya ke dalam koordinat Cartesius

$$2x + y = 6 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	6	(0,6)
3	0	(3,0)

$$2x + 3y = 12 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
6	0	(6,0)



$$x = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-Y}$$

$$y = 0 \dots\dots\dots \text{sumbu-X}$$

Himpunan penyelesaiannya adalah daerah segiempat yang bebas dari arsiran

09. Seorang pedagang mainan ingin membeli mainan untuk persediaan di tokonya maksimum 100 paket. Mainan yang akan dibeli adalah jenis A dengan harga Rp 6.000 perpaket dan jenis B seharga Rp. 8.000 perpaket. Uang yang tersedia untuk modal adalah Rp. 720.000. Gambarkan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan liniernya agar keuntungannya makasimum

Jawab

Misalkan x = banyaknya mainan jenis A

y = banyaknya mainan jenis B

maka sistem pertidaksamaannya dapat ditentukan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} x + y \leq 100 & \longrightarrow x + y \leq 100 \\ 6000x + 8000y \leq 720000 & \longrightarrow 3x + 4y \leq 360 \\ x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \end{aligned}$$

Selanjutnya digambar daerah penyelesaiannya ke dalam koordinat Cartesius

$$x + y = 100 \dots\dots\dots (g)$$

x	y	(x,y)
0	100	(0,100)
100	0	(100,0)

$$3x + 4y = 360 \dots\dots\dots (h)$$

x	y	(x,y)
0	90	(0,90)
120	0	(120,0)

